



МГУ - ШКОЛЕ

М. К. Потапов А. В. Шевкин

Математика

5

Дидактические материалы



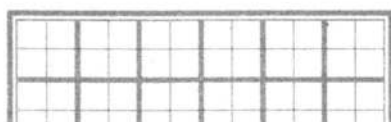

ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО



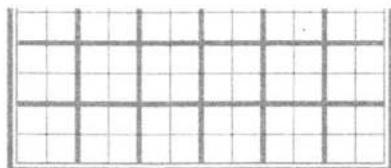


МГУ - ШКОЛЕ

М. К. Потапов А. В. Шевкин



Математика



**Дидактические
материалы**

5 класс

Учебное пособие
для общеобразовательных организаций

14-е издание

Москва
«Просвещение»
2017

УДК 373.167.1:51

ББК 22.1я72

П64

6+

Серия «МГУ — школе» основана в 1999 году

Потапов М. К.

П64 Математика. Дидактические материалы. 5 класс : учеб. пособие для общеобразоват. организаций / М. К. Потапов, А. В. Шевкин. — 14-е изд. — М. : Просвещение, 2017. — 96 с. : ил. — (МГУ — школе). — ISBN 978-5-09-045942-6.

Пособие содержит задания для подготовки к самостоятельным работам по основным темам учебника «Математика, 5» С. М. Никольского и др., а также самостоятельные и контрольные работы в четырёх вариантах.

УДК 373.167.1:51

ББК 22.1я72

Учебное издание

Серия «МГУ — школе»

Потапов Михаил Константинович, Шевкин Александр Владимирович

МАТЕМАТИКА

Дидактические материалы

5 класс

Учебное пособие для общеобразовательных организаций

Центр естественно-математического образования. Редакция математики и информатики. Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*. Редактор *Т. Г. Войлокова*. Младший редактор *Е. В. Трошко*. Художник *О. П. Богомолова*. Художественный редактор *О. П. Богомолова*. Компьютерная графика *К. В. Кергелен*. Технический редактор и верстальщик *Н. В. Лукина*. Корректор *И. П. Ткаченко*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать 19.07.16. Формат 60×90¹/₁₆. Бумага типографская. Гарнитура Школьная. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 4,04. Доп. тираж 10 000 экз. Заказ № 47714.

Акционерное общество «Издательство «Просвещение».
127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано по заказу АО «ПолиграфТрейд»
в филиале «Смоленский полиграфический комбинат»
ОАО «Издательство «Высшая школа».

214020, г. Смоленск, ул. Смольянинова, 1.

Тел.: +7 (4812) 31-11-96. Факс: +7 (4812) 31-31-70

E-mail: spk@smolpk.ru <http://www.smolpk.ru>

ISBN 978-5-09-045942-6

- © Издательство «Просвещение», 2004
- © Издательство «Просвещение», 2013,
с изменениями
- © Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2013
Все права защищены

Предисловие

Дидактические материалы по курсу математики содержат 24 самостоятельные и 9 контрольных работ в четырёх вариантах. Ко всем вариантам контрольных работ имеются ответы.

Содержание дидактических материалов полностью соответствует учебнику математики для 5 класса серии «МГУ — школе» и дополняет его более сложными заданиями, необходимыми для работы в классах, нацеленных на подготовку к обучению на повышенном уровне. Дидактические материалы можно использовать в классе и дома при работе по любым учебникам, а также для восполнения пробелов и самообразования.

К каждой самостоятельной работе в первой части книги даны примеры выполнения заданий, аналогичных заданиям, включённым в самостоятельную работу, но не повторяющих их. Работа с ними существенно повысит результативность выполнения самостоятельных и контрольных работ и усвоение темы в целом.

Материалы для подготовки к самостоятельным работам содержат подробные объяснения решений заданий, а оформление решений учащимися может быть кратким.

Темы, отмеченные в дидактических материалах звёздочкой, не являются обязательными для изучения в общеобразовательном классе. Темы «Сложные задачи на дроби», «Сложные задачи на движение» предназначены для пятиклассников, которые любят решать сложные задачи.

Любые из самостоятельных работ учитель может использовать для контроля на отметку. Но при этом следует учесть, что самостоятельные и контрольные работы избыточны по объёму. Предполагается, что учитель самостоятельно отберёт из них часть заданий с учётом уровня подготовки учащихся по предмету и времени, отводимого на выполнение работы. Успехи в решении дополнительных задач можно оценивать дополнительной отметкой.

Некоторые задания вариантов III и IV несколько сложнее соответствующих заданий вариантов I и II. В сильных классах самостоятельные работы, отмеченные звёздочками, можно провести как контрольные работы.

Материалы для подготовки к самостоятельным работам

1. Запись и сравнение натуральных чисел

Пример 1. Запишем число:

- а) пятьсот семь миллионов триста сорок одна тысяча семь;
б) триста двадцать миллионов четыреста одна тысяча четырнадцать.

Решение. а) В классе миллионов запишем 507, в классе тысяч — 341, в классе единиц — 007 (в разрядах десятков и сотен напишем нули). Получим 507 341 007.

б) В классе миллионов запишем 320, в классе тысяч — 401, в классе единиц — 014 (в разряде сотен напишем ноль). Получим 320 401 014.

Пример 2. Запишем число 34 018 в виде суммы разрядных слагаемых.

Решение. $34\ 018 = 3 \cdot 10\ 000 + 4 \cdot 1\ 000 + 0 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 8 \cdot 1$.

Пример 3. Сравним числа:

- а) 9876 и 10 001; б) 98 980 и 89 898;
в) 13 947 и 13 974; г) 34 343 и 34 343.

Решение. а) У первого числа меньше разрядов, чем у второго, следовательно, первое число меньше второго: $9876 < 10\ 001$.

б) У данных чисел одинаковое число разрядов, цифра высшего разряда (десятков тысяч) у первого числа больше, следовательно, первое число больше второго: $98\ 980 > 89\ 898$.

в) У данных чисел одинаковое число разрядов, цифры первых трёх разрядов (слева) — десятков тысяч, тысяч и сотен — равны, но цифра разряда десятков у первого числа меньше, следовательно, первое число меньше второго: $13\ 947 < 13\ 974$.

г) У данных чисел одинаковое число разрядов и цифры соответствующих разрядов равны, следовательно, числа равны: $34\ 343 = 34\ 343$.

Пример 4. Сколько чисел в натуральном ряду:

- а) от 77 до 100; б) между 77 и 100?

Решение. а) От 1 до 100 ровно 100 чисел, среди них есть 76 чисел от 1 до 76, которые надо исключить, следовательно, от 77 до 100 ровно $100 - 76 = 24$ числа.

б) Между 77 и 100 находятся числа от 78 до 99. Рассуждая как в предыдущем задании, получим, что их $99 - 77 = 22$.

Если воспользоваться результатом, полученным в пункте а), то из 24 чисел от 77 до 100 исключим крайние числа 77 и 100, получим, что между этими числами ровно $24 - 2 = 22$ числа.

Пример 5. Выпишем в порядке возрастания все двузначные числа, в записи которых используются цифры 7, 8 и 9, если использовать одинаковые цифры в записи одного числа:

- а) не разрешается; б) разрешается.

Решение. а) Самая маленькая цифра в разряде десятков 7. Так как цифры повторять не разрешается, то самая маленькая цифра в разряде единиц 8. Поэтому самое маленькое (наименьшее) двузначное число, записанное данными цифрами, 78. Следующее за ним будет 79. С цифрой 7 в разряде десятков других чисел нет. Рассуждая аналогично, получим следующие числа: 78, 79, 87, 89, 97, 98.

б) Самая маленькая цифра в разряде десятков 7. Так как цифры повторять разрешается, то самая маленькая цифра в разряде единиц 7. Поэтому наименьшее двузначное число, записанное данными цифрами, 77. Следующие за ним будут 78, 79. С цифрой 7 в разряде десятков других чисел нет. Рассуждая аналогично, получим следующие числа:

77, 78, 79, 87, 88, 89, 97, 98, 99.

Пример 6. В числе 262 728 293 031 323 334 зачеркните половину цифр так, чтобы оставшиеся цифры (без изменения их порядка) образовали наименьшее число.

Решение. Данное число восемнадцатизначное, следовательно, искомое число будет девятизначное. Выясним, какая цифра может стоять в высшем разряде девятизначного числа. Цифры 0 не может быть, цифру 1 поставить нельзя, так как после неё останется меньше восьми цифр. Следовательно, в высшем разряде надо оставить цифру 2, за ней надо оставить цифры 0, 1 и последние 6 цифр. Итак, после зачёркивания получим: 262728293031323334, т. е. число 201 323 334.

2. Сложение, вычитание и умножение натуральных чисел

Пример 1. Вычислим:

- | | | |
|----------------------------------|------------------------------------|----------------------------|
| а) $22 + 99 + 78$; | б) $543 - 299$; | в) $67 \cdot 10$; |
| г) $14 \cdot 300$; | д) $43 \cdot 2000$; | е) $4 \cdot 71 \cdot 25$; |
| ж) $57 \cdot 72 + 57 \cdot 28$; | з) $19 \cdot 989 - 18 \cdot 989$. | |

Решение. а) Используя свойства сложения, имеем
 $22 + 99 + 78 = 99 + 22 + 78 = 99 + (22 + 78) = 99 + 100 = 199.$

б) Прибавим к уменьшаемому и вычитаемому по 1, разность не изменится (свойство разности):

$$543 - 299 = 544 - 300 = 244.$$

в) Чтобы увеличить число в 10 раз, припишем к нему справа один нуль:

$$67 \cdot 10 = 670.$$

г) Используя свойства умножения, имеем

$$14 \cdot 300 = 14 \cdot (3 \cdot 100) = (14 \cdot 3) \cdot 100 = 42 \cdot 100 = 4200.$$

д) Используя свойства умножения, имеем

$$43 \cdot 2000 = 43 \cdot (2 \cdot 1000) = (43 \cdot 2) \cdot 1000 = 86 \cdot 1000 = 86\,000.$$

е) Используя свойства умножения, имеем

$$4 \cdot 71 \cdot 25 = (4 \cdot 71) \cdot 25 = (71 \cdot 4) \cdot 25 = 71 \cdot (4 \cdot 25) = 71 \cdot 100 = 7100.$$

ж) Используя распределительный закон, имеем

$$57 \cdot 72 + 57 \cdot 28 = 57 \cdot (72 + 28) = 57 \cdot 100 = 5700.$$

з) Используя распределительный закон, имеем

$$19 \cdot 989 - 18 \cdot 989 = (19 - 18) \cdot 989 = 1 \cdot 989 = 989.$$

Пример 2. У Васи было 64 р., это на 3 р. больше, чем у Коли. Сколько денег было у них вместе?

Решение. У Васи на 3 р. больше, чем у Коли, следовательно, у Коли на 3 р. меньше, чем у Васи.

1) $64 - 3 = 61$ (р.) — было у Коли;

2) $64 + 61 = 125$ (р.) — было у Васи и Коли вместе.

Ответ. 125 р.

Пример 3. В комнате находилось 16 человек. Сначала из неё вышли 2 человека и вошли 3, потом вышли 6 человек и вошли 7. Сколько человек стало в комнате?

Решение. Количество людей в комнате уменьшилось на 2, потом увеличилось на 3, потом уменьшилось на 6, потом увеличилось на 7. В комнате теперь: $16 - 2 + 3 - 6 + 7 = 18$ (человек). Результаты промежуточных вычислений изображены на рисунке 1.

Ответ. 18 человек.

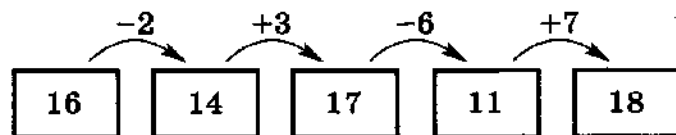


Рис. 1

Пример 4. В комнате находилось несколько человек. Сначала из неё вышли 2 человека и вошли 3, потом вышли 6 человек и вошли 7. В комнате стало 16 человек. Сколько человек было в комнате первоначально?

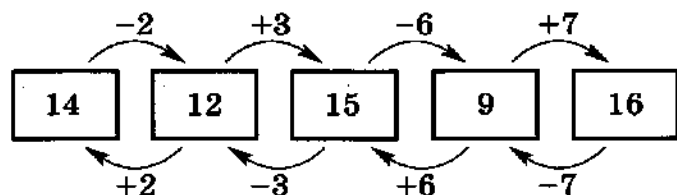


Рис. 2

Решение. В комнате теперь 16 человек. Первоначальное количество человек в комнате определим, выполнив вычисления в обратном порядке (обратным ходом): $16 - 7 + 6 - 3 + 2 = 14$ (человек). Результаты промежуточных вычислений изображены на рисунке 2.

Ответ. 14 человек.

Пример 5. У Маши 30 открыток. Это на 20 открыток меньше, чем у Даши, и на 10 открыток больше, чем у Саши. Сколько открыток у всех троих?

Решение. У Маши на 20 открыток меньше, чем у Даши, значит, у Даши на 20 открыток больше, чем у Маши, т. е. у Даши $30 + 20 = 50$ открыток.

У Маши на 10 открыток больше, чем у Саши, значит, у Саши на 10 открыток меньше, чем у Маши, т. е. у Саши $30 - 10 = 20$ открыток.

Тогда у всех троих было $30 + 50 + 20 = 100$ открыток.

Коротко решение можно записать так:

- 1) $30 + 20 = 50$ (открыток) — у Даши;
- 2) $30 - 10 = 20$ (открыток) — у Саши;
- 3) $30 + 50 + 20 = 100$ (открыток) — у всех троих.

Ответ. 100 открыток.

3. Возведение в степень и деление натуральных чисел

Пример 1. Вычислим:

- а) 8^2 ; б) 5^3 ; в) 19^1 .

Решение. Применим определение степени с натуральным показателем:

- а) $8^2 = 8 \cdot 8 = 64$; б) $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 25 \cdot 5 = 125$; в) $19^1 = 19$.

Пример 2. Вычислим:

- а) $560 : 7$; б) $5500 : 220$; в) $(3987 \cdot 11) : 11$;
г) $777 : 7$; д) $9999 : 11$; е) $279 : 3$.

Решение. Деление во всех случаях можно выполнить уголком. Покажем другие способы вычисления.

а) Так как $56 : 7 = 8$, а 560 в 10 раз больше, чем 56, то $560 : 7 = 80$ (здесь и далее деление легко проверить умножением).

б) Воспользуемся свойством частного, разделим делимое и делитель на 10, потом на 11, получим

$$5500 : 220 = 550 : 22 = 50 : 2 = 25.$$

в) Так как число 3987 сначала умножили, а потом разделили на одно и то же число 11, то получили то же число 3987. Для проверки можно умножить частное 3987 на делитель 11 — получится делимое $3987 \cdot 11$.

г) $777 : 7 = (111 \cdot 7) : 7 = 111$.

д) $9999 : 11 = (909 \cdot 11) : 11 = 909$.

е) $279 : 3 = (93 \cdot 3) : 3 = 93$.

Замечание. Задания г) — е) можно выполнить, используя свойство частного: $(a + b) : c = a : c + b : c$.

г) $777 : 7 = (700 + 70 + 7) : 7 = 700 : 7 + 70 : 7 + 7 : 7 = 100 + 10 + 1 = 111$.

д) $9999 : 11 = (9900 + 99) : 11 = 9900 : 11 + 99 : 11 = 900 + 9 = 909$.

е) $279 : 3 = (270 + 9) : 3 = 270 : 3 + 9 : 3 = 90 + 3 = 93$.

Пример 3. Число 26 увеличили в 10 раз, полученный результат уменьшили в 2 раза. Какое число получили?

Решение.

1) $26 \cdot 10 = 260$ — получили после увеличения числа 26 в 10 раз;

2) $260 : 2 = 130$ — получили после уменьшения 260 в 2 раза.

Ответ. 130.

Пример 4. Задумали число, увеличили его в 7 раз, полученный результат уменьшили в 5 раз и получили 42. Какое число задумали?

Решение. Воспользуемся схемой (рис. 3). Решим задачу обратным ходом:

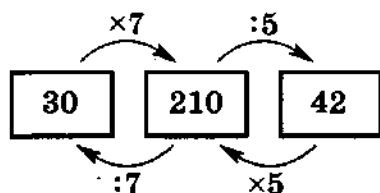


Рис. 3

1) $42 \cdot 5 = 210$; 2) $210 : 7 = 30$.

Ответ. 30.

Пример 5. Число 5 возвели в степень 2, полученный результат возвели в степень 3. В какую степень за два раза возвели число 5?

Решение. Число 5 возвели в степень 2, получили $5^2 = 5 \cdot 5$. Число $5 \cdot 5$ возвели в степень 3, получили

$$(5 \cdot 5)^3 = (5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5) = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^6.$$

Ответ. 6.

4. Задачи «на части»

Задача 1. В бочке было 60 л кваса. Продали в 4 раза больше кваса, чем осталось. Сколько литров кваса осталось продать?

Решение. Пусть осталось продать 1 часть всего кваса, тогда продали 4 такие же части.

1) $4 + 1 = 5$ (частей) — приходится на 60 л;

2) $60 : 5 = 12$ (л) — приходится на 1 часть.

Следовательно, осталось продать 12 л кваса.

Ответ. 12 л.

Задача 2. Пачка печенья дешевле коробки конфет в 11 раз, а вместе они стоят 132 р. Сколько стоит пачка печенья?

Решение. Пусть стоимость пачки печенья составляет 1 часть, тогда стоимость коробки конфет в 11 раз больше и составляет 11 таких же частей.

1) $11 + 1 = 12$ (частей) — приходится на 132 р.;

2) $132 : 12 = 11$ (р.) — приходится на 1 часть.

Следовательно, пачка печенья стоит 11 р.

Ответ. 11 р.

Задача 3. Папа старше сына в 4 раза. Сын моложе папы на 33 года. Сколько лет папе?

Решение. Пусть возраст сына составляет 1 часть, тогда возраст отца составляет 4 такие же части.

1) $4 - 1 = 3$ (части) — приходится на 33 года;

2) $33 : 3 = 11$ (лет) — приходится на 1 часть.

Следовательно, сыну 11 лет, тогда отцу $11 \cdot 4 = 44$ года.

Ответ. 44 года.

Задача 4. Даша в 4 раза моложе мамы и в 2 раза старше сестры Кати. Сколько лет Даше, если Катя моложе мамы на 35 лет?

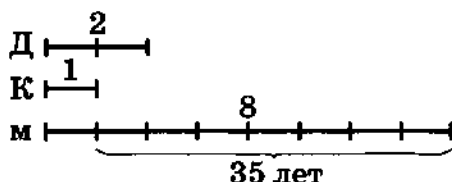


Рис. 4

Решение. Пусть возраст Кати составляет 1 часть.

Даша в 2 раза старше Кати,

тогда возраст Даши составляет 2 части. Даша в 4 раза моложе мамы, поэтому мама в 4 раза старше Даши, возраст мамы составляет $2 \cdot 4 = 8$ частей (рис. 4).

1) $8 - 1 = 7$ (частей) — приходится на 35 лет;

2) $35 : 7 = 5$ (лет) — приходится на 1 часть (возраст Кати);

3) $5 \cdot 2 = 10$ (лет) — возраст Даши.

Ответ. 10 лет.

5. Вычисления с натуральными числами

Пример 1. Вычислим:

a) $532 + 8936$; б) $7372 - 5147$; в) $5758 - 5689$.

Решение.

$$\begin{array}{r} \text{a) } \begin{array}{r} 532 \\ + 8936 \\ \hline 9468 \end{array} \quad \text{b) } \begin{array}{r} 7372 \\ - 5147 \\ \hline 2225 \end{array} \quad \text{B) } \begin{array}{r} 5758 \\ - 5689 \\ \hline 69 \end{array} \end{array}$$

Пример 2. Вычислим:

a) $34 \cdot 73$; б) $5700 \cdot 36$; в) $543 \cdot 809$.

Решение.

$$\begin{array}{r} \text{a)} \quad \begin{array}{r} \times 34 \\ 73 \\ \hline 102 \\ + 238 \\ \hline 2482 \end{array} \quad \text{б)} \quad \begin{array}{r} \times 5700 \\ 36 \\ \hline 342 \\ + 171 \\ \hline 205200 \end{array} \quad \text{в)} \quad \begin{array}{r} \times 543 \\ 809 \\ \hline 4887 \\ + 4344 \\ \hline 439287 \end{array} \end{array}$$

Пример 3. Вычислим:

a) $2880 : 45$; б) $21\,744 : 36$; в) $164\,500 : 47$.

Решение.

$$\begin{array}{r} \text{a) } \begin{array}{r} \underline{2880} \overline{45} \\ \underline{270} \\ \hline 180 \\ \underline{180} \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{b) } \begin{array}{r} \underline{21744} \overline{36} \\ \underline{216} \\ \hline 14 \\ \underline{0} \\ \hline 144 \\ \underline{144} \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{c) } \begin{array}{r} \underline{164500} \overline{47} \\ \underline{141} \\ \hline 235 \\ \underline{235} \\ \hline 0 \end{array} \end{array}$$

Пример 4. Выполним деление с остатком и укажем остаток:

а) $5678 : 26$; б) $10\,836 : 18$; в) $9876 : 77$.

Решение.

$$\begin{array}{r} \text{а) } 5678 \overline{) 26} \\ \underline{52} 218 \\ -47 \\ \underline{26} \\ -218 \\ \underline{208} \\ 10 \text{ — ост.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{б) } 10836 \overline{) 18} \\ \underline{108} 602 \\ -3 \\ \underline{0} \\ -36 \\ \underline{36} \\ 0 \text{ — ост.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{в) } 9876 \overline{) 77} \\ \underline{77} 128 \\ -217 \\ \underline{154} \\ -636 \\ \underline{616} \\ 20 \text{ — ост.} \end{array}$$

Пример 5. а) Найдём делимое m , если $m : 21 = 7$ (ост. 20).

б) Найдём делитель n , если $268 : n = 24$ (ост. 4).

Решение. а) Так как при делении m на 21 неполное частное равно 7, а остаток равен 20, то делимое m больше произведения $7 \cdot 21$ на 20:

$$m = 7 \cdot 21 + 20 = 167.$$

б) Если делимое 268 уменьшить на 4, то полученное число $268 - 4 = 264$ разделится на n без остатка и частное будет равно 24, т. е. $264 : n = 24$. Чтобы найти делитель n , делимое разделим на частное:

$$n = 264 : 24 = 11.$$

Пример 6. Найдём наименьшее натуральное число, которое при делении на 7 даёт остаток 6, а при делении на 8 даёт остаток 1.

Решение. I способ. Будем выписывать подряд натуральные числа, которые при делении на 8 дают остаток 1, а под ними будем писать остатки от деления этих чисел на 7. Как только остаток первый раз будет равен 6, то искомое число будет найдено:

1, 9, 17, 25, 33, 41, ...

1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

Итак, наименьшее натуральное число, удовлетворяющее условию задачи, равно 41.

II способ. Любое натуральное число, которое при делении на 8 даёт остаток 1, можно записать в виде $8n + 1$, где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$. Это число можно переписать в виде $7n + (n + 1)$. Остаток от деления этого числа на 7 равен 6 при n , равном 5, 12, 19 и т. д. Наименьшее из этих чисел равно 5.

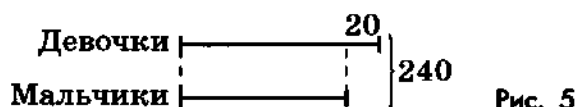
Следовательно, наименьшее натуральное число, удовлетворяющее условию задачи, равно $8 \cdot 5 + 1 = 41$.

6. Задачи на нахождение двух чисел по их сумме и разности

Задача 1. В детском саду было 240 детей. Из них девочек на 20 больше, чем мальчиков. Сколько мальчиков и сколько девочек было в детском саду?

Решение.

1) $240 - 20 = 220$ (чел.) — удвоенное число мальчиков (рис. 5);



2) $220 : 2 = 110$ (мальчиков) — было в детском саду;

3) $110 + 20 = 130$ (девочек) — было в детском саду.

Ответ. 110 мальчиков и 130 девочек.

Задача 2. Сумма двух чисел 2013, а разность 2007. Найдём эти числа.

Решение.

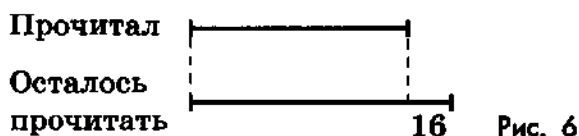
1) $2013 - 2007 = 6$ — удвоенное меньшее число;

2) $6 : 2 = 3$ — меньшее число;

3) $3 + 2007 = 2010$ — большее число.

Ответ. 3 и 2010.

Задача 3. Мальчик читает книгу. Он прочитал на 16 страниц меньше, чем ему осталось прочитать. Сколько страниц ему надо прочитать, чтобы ровно половина книги была прочитана?



Решение. Чтобы прочитать ровно половину книги, мальчик должен прочитать половину разности непрочитанных и прочитанных страниц (см. рис. 6), т. е. $16 : 2 = 8$ страниц.

Ответ. 8 страниц.

Задача 4. Даны три числа, сумма которых равна 123. Первое число больше второго на 4, а третье число меньше второго на 4. Найдём большее из этих трёх чисел.

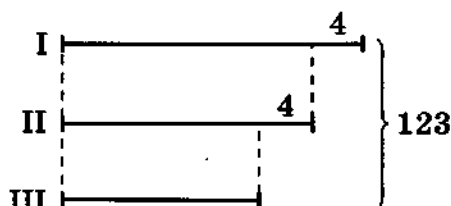


Рис. 7

Решение. Если первое число уменьшить на 4, а третье увеличить на 4, то получим числа, равные второму числу (рис. 7). Причём сумма этих трёх равных чисел равна сумме данных чисел.

1) $123 : 3 = 41$ — второе число;

2) $41 + 4 = 45$ — первое (большее) число.

Ответ. 45.

7. Прямая, луч, отрезок

Пример 1. Выразим в миллиметрах:

а) 48 м; б) 39 дм; в) 5 м 2 см.

Решение. а) $48 \text{ м} = 4800 \text{ см} = 48\,000 \text{ мм}$; б) $39 \text{ дм} = 390 \text{ см} = 3900 \text{ мм}$; в) $5 \text{ м } 2 \text{ см} = 502 \text{ см} = 5020 \text{ мм}$.

Пример 2. Сколько отрезков изображено на рисунке 8? Выпишем названия всех отрезков.

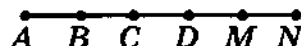


Рис. 8

Решение. В точке A имеют начало 5 отрезков: AB, AC, AD, AM, AN.

Из неучтённых ранее отрезков в точке B имеют начало 4 отрезка: BC, BD, BM, BN, в точке C имеют начало 3 новых отрезка: CD, CM, CN, в точке D — 2 отрезка DM и DN, в точке M — 1 отрезок MN.

Тогда всего на рисунке изображено $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ отрезков.

Число отрезков можно посчитать иначе. Так как каждую из шести точек можно соединить с оставшимися пятью точками пятью отрезками, то каждая из шести точек является концом пяти отрезков, т. е. концов отрезков $6 \cdot 5 = 30$. У каждого отрезка два конца, поэтому отрезков в два раза меньше, т. е. $30 : 2 = 15$. Перечислим все отрезки: AB, AC, AD, AM, AN, BC, BD, BM, BN, CD, CM, CN, DM, DN, MN.

Ответ. 15 отрезков.

Пример 3. Сколько отрезков с концами в отмеченных точках изображено на рисунке 9?

Решение. *I способ.* Посчитаем, сколько отрезков изображено на горизонтальных прямых (сверху вниз): на первой прямой 1 отрезок, на второй — 3 отрезка, на третьей — 6 отрезков, на четвёртой — 1 отрезок. Всего на этих прямых изображено $1 + 3 + 6 + 1 = 11$ отрезков.

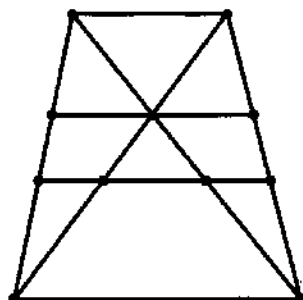


Рис. 9

На каждой из четырёх наклонных прямых изображено по 6 отрезков, всего на них изображено $4 \cdot 6 = 24$ отрезка. Следовательно, на рисунке изображено $11 + 24 = 35$ отрезков.

II способ. На рисунке изображено 19 отрезков, внутри которых не отмечены точки; 11 отрезков, внутри которых отмечена одна точка; 5 отрезков, внутри которых отмечено две точки. Отрезков, внутри которых отмечено более двух точек, на рисунке нет. Всего на рисунке изображено $19 + 11 + 5 = 35$ отрезков.

Ответ. 35 отрезков.

8. Углы, треугольники, многоугольники

Пример 1. Сколько квадратов изображено на рисунке 10? Сколько прямоугольников изображено на рисунке 10?

Решение. На рисунке 10 изображено 6 квадратов (маленьких), 2 квадрата, каждый из которых содержит 4 маленьких квадрата — 1, 2, 3, 4 и 3, 4, 5, 6. Больше квадратов нет. Всего $6 + 2 = 8$ квадратов.

Все рассмотренные квадраты являются прямоугольниками, подсчитаем теперь число прямоугольников, не являющихся квадратами. На рисунке 10 изображено 7 прямоугольников, содержащих 2 маленьких квадрата, 2 прямоугольника, содержащие 3 маленьких квадрата, 1 прямоугольник, содержащий 6 маленьких квадратов. Других прямоугольников нет. Всего прямоугольников $8 + 7 + 2 + 1 = 18$.

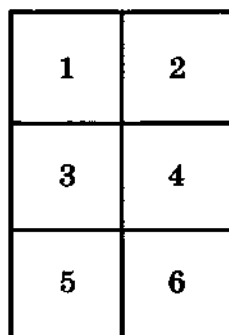


Рис. 10

Пример 2. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются вершины пятиугольника $ABCDE$ (рис. 11)?

Решение. Найдём все треугольники с вершиной A . Это треугольники ABC , ABD , ABE , ACD , ACE , ADE — всего 6 треугольников. Теперь подсчитаем все треугольники, не имеющие вершины A : BCD , BCE , BDE , CDE — их 4. Все треугольники в списках разные, других треугольников нет, следовательно, всего треугольников $6 + 4 = 10$.

Число треугольников можно подсчитать иначе: для каждой из пяти вершин существует 6 треугольников, имеющих эту вершину (как при вершине A). Но всего треугольников не $5 \cdot 6 = 30$, а в 3 раза меньше, так как каждый треугольник учтён трижды — для каждой своей вершины, т. е. всего треугольников $5 \cdot 6 : 3 = 10$.

Пример 3. Внутри острого угла из его вершины провели три луча. Сколько новых углов образовалось внутри данного угла?

Решение. Образовалось: 4 угла, внутри которых нет ни одного луча (как угол AOC на рисунке 12), 3 угла, внутри которых есть один луч (как угол AOD на рисунке 12), 2 угла, внутри которых два луча (как угол AOE на рисунке 12). Три луча содержится только внутри данного угла, но он не новый. Всего образовалось $4 + 3 + 2 = 9$ новых углов.

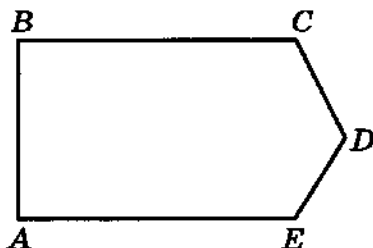


Рис. 11

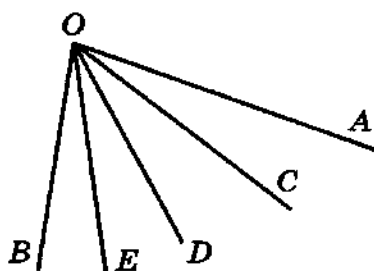


Рис. 12

9. Периметр и площадь прямоугольника. Объём прямоугольного параллелепипеда

Пример 1. Стороны прямоугольника равны 21 см и 11 см. Вычислим его: а) периметр; б) площадь.

Решение. а) Вычислим периметр прямоугольника по формуле $P = 2(a + b)$, где a и b — стороны прямоугольника:

$$P = 2 \cdot (21 + 11) = 64 \text{ (см)}.$$

б) Вычислим площадь прямоугольника по формуле $S = ab$, где a и b — стороны прямоугольника:

$$S = 21 \cdot 11 = 231 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Ответ. а) 64 см; б) 231 см².

Пример 2. Три измерения прямоугольного параллелепипеда равны 25 см, 12 см, 8 см. Найдём:

а) объём прямоугольного параллелепипеда;

б) сумму площадей всех его граней.

Решение. а) Вычислим объём прямоугольного параллелепипеда по формуле $V = abc$, где a , b и c — измерения прямоугольного параллелепипеда:

$$V = 25 \cdot 12 \cdot 8 = 2400 \text{ (см}^3\text{)}.$$

б) Вычислим сумму площадей всех граней прямоугольного параллелепипеда по формуле $S = 2(ab + bc + ac)$, где a , b и c — его измерения:

$$S = 2 \cdot (25 \cdot 12 + 12 \cdot 8 + 25 \cdot 8) = 1192 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Ответ. а) 2400 см³; б) 1192 см².

Пример 3. Вычислим периметр шестиугольника, изображённого на рисунке 13.

Решение. Периметр данного шестиугольника равен периметру прямоугольника со сторонами 12 см и 18 см (рис. 14), поэтому

$$P = 2 \cdot (12 + 18) = 60 \text{ (см)}.$$

Ответ. 60 см.

Пример 4. Стороны прямоугольника увеличили в 2 раза. Во сколько раз увеличится площадь прямоугольника?

Решение. Пусть стороны прямоугольника имели длины a см и b см, его площадь была равна ab см². После увеличения в 2 раза стороны прямоугольника имеют длины $2a$ см и $2b$ см, а его площадь равна $2a \cdot 2b = 4ab$ см², т. е. площадь прямоугольника увеличилась в 4 раза.

Ответ. В 4 раза.

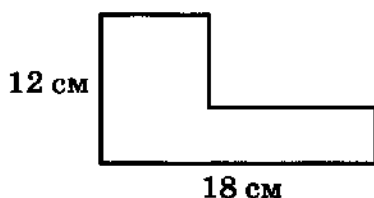


Рис. 13

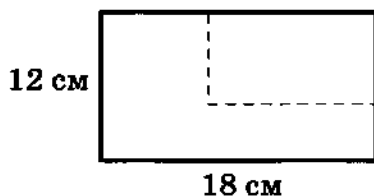


Рис. 14

10. Задачи на движение по реке

Задача 1. Скорость моторной лодки в стоячей воде 14 км/ч, а скорость течения реки 2 км/ч. Сколько времени потратит моторная лодка на движение от одной пристани до другой и обратно, если расстояние между пристанями 48 км?

Решение.

1) $14 - 2 = 12$ (км/ч) — скорость моторной лодки против течения;

2) $48 : 12 = 4$ (ч) — время движения моторной лодки против течения;

3) $14 + 2 = 16$ (км/ч) — скорость моторной лодки по течению;

4) $48 : 16 = 3$ (ч) — время движения моторной лодки по течению;

5) $4 + 3 = 7$ (ч) — время движения моторной лодки.

Ответ. 7 ч.

Задача 2. Заполним таблицу, вычислив по заданным скоростям остальные скорости.

Собств. скор.	Скор. теч.	Скор. по теч.	Скор. пр. теч.
15 км/ч	2 км/ч		
13 км/ч		16 км/ч	
24 км/ч			21 км/ч
	5 км/ч	33 км/ч	
	4 км/ч		21 км/ч
		28 км/ч	22 км/ч

Решение. Учитывая, что

$$v_{\text{по теч.}} = v_{\text{собств.}} + v_{\text{теч.}}, \quad v_{\text{пр. теч.}} = v_{\text{собств.}} - v_{\text{теч.}}, \quad v_{\text{теч.}} = (v_{\text{по теч.}} - v_{\text{пр. теч.}}) : 2,$$

вычислим остальные скорости:

Собств. скор.	Скор. теч.	Скор. по теч.	Скор. пр. теч.
15 км/ч	2 км/ч	$15 + 2 = 17$ км/ч	$15 - 2 = 13$ км/ч
13 км/ч	$16 - 13 = 3$ км/ч	16 км/ч	$13 - 3 = 10$ км/ч
24 км/ч	$24 - 21 = 3$ км/ч	$24 + 3 = 27$ км/ч	21 км/ч
$33 - 5 = 28$ км/ч	5 км/ч	33 км/ч	$28 - 5 = 23$ км/ч
$21 + 4 = 25$ км/ч	4 км/ч	$25 + 4 = 29$ км/ч	21 км/ч
$28 - 3 = 25$ км/ч	$(28 - 22) : 2 = 3$ км/ч	28 км/ч	22 км/ч

Задача 3. Скорость моторной лодки по течению равна 36 км/ч, а скорость этой лодки против течения равна 32 км/ч. Во сколько раз собственная скорость лодки больше скорости течения реки?

Решение.

- 1) $36 - 32 = 4$ (км/ч) — удвоенная скорость течения реки;
- 2) $4 : 2 = 2$ (км/ч) — скорость течения реки;
- 3) $32 + 2 = 34$ (км/ч) — собственная скорость моторной лодки;
- 4) $34 : 2 = 17$ (раз) — во столько раз собственная скорость моторной лодки больше скорости течения реки.

Ответ. В 17 раз.

11. Задачи на движение

Задача 1. Почтальон прошёл расстояние между сёлами за 4 ч со скоростью 6 км/ч, а обратно он возвращался на велосипеде со скоростью 12 км/ч. Определим время, которое почтальон потратил на обратный путь.

Решение.

- 1) $4 \cdot 6 = 24$ (км) — расстояние между сёлами;
- 2) $24 : 12 = 2$ (ч) — время, которое почтальон потратил на обратный путь.

Ответ. 2 ч.

Задача 2. Два пешехода одновременно отправились навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 35 км. Через сколько часов они встретятся, если скорость первого 4 км/ч, а скорость второго 3 км/ч?

Решение.

- 1) $4 + 3 = 7$ (км/ч) — скорость сближения пешеходов;
- 2) $35 : 7 = 5$ (ч) — время движения до встречи.

Ответ. 5 ч.

Задача 3. Велосипедист отправился догонять пешехода, когда расстояние между ними было равно 30 км. Через сколько часов он догонит пешехода, если скорость велосипедиста 15 км/ч, а скорость пешехода 5 км/ч?

Решение.

- 1) $15 - 5 = 10$ (км/ч) — скорость сближения велосипедиста и пешехода;
- 2) $30 : 10 = 3$ (ч) — время, за которое велосипедист догонит пешехода.

Ответ. 3 ч.

Задача 4. Велосипедист и пешеход одновременно отправились из пункта *A* в пункт *B*, расстояние между которыми 36 км. Скорость велосипедиста 9 км/ч, скорость пешехода 6 км/ч. Ровно на середине дороги велосипедист проколол колесо и дальше шёл пешком со скоростью 4 км/ч. Через сколько часов после начала движения пешеход догонит велосипедиста?

Решение.

1) $36 : 2 = 18$ (км) — путь велосипедиста до (и после) прокола колеса;

2) $18 : 9 = 2$ (ч) — время движения велосипедиста до прокола колеса;

3) $6 \cdot 2 = 12$ (км) — путь пешехода за 2 ч;

4) $18 - 12 = 6$ (км) — расстояние между велосипедистом и пешеходом в момент прокола колеса;

5) $6 - 4 = 2$ (км/ч) — скорость сближения пешехода и велосипедиста;

6) $6 : 2 = 3$ (ч) — время после прокола колеса, за которое пешеход догонит велосипедиста;

7) $2 + 3 = 5$ (ч) — время, за которое пешеход догонит велосипедиста.

Ответ. Через 5 ч.

12. Делимость чисел

Пример 1. Какие из чисел 789, 2007, 3528 делятся на 9?

Решение. Воспользуемся признаком делимости на 9.

Так как сумма цифр $7 + 8 + 9 = 24$ числа 789 не делится на 9, то число 789 не делится на 9;

так как сумма цифр $2 + 0 + 0 + 7 = 9$ числа 2007 делится на 9, то число 2007 делится на 9;

так как сумма цифр $3 + 5 + 2 + 8 = 18$ числа 3528 делится на 9, то число 3528 делится на 9.

Ответ. 2007, 3528.

Пример 2. Выпишем все делители числа: а) 125; б) 170.

Решение. а) Разложим число 125 на простые множители:

$$125 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3.$$

Теперь выпишем все делители числа 125:

$$1, 5, 5^2 = 25, 5^3 = 125.$$

б) Разложим число 170 на простые множители:

$$170 = 17 \cdot 10 = 17 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 5 \cdot 17.$$

Теперь выпишем все делители числа 170:
1, 2, 5, 17, $2 \cdot 5 = 10$, $2 \cdot 17 = 34$, $5 \cdot 17 = 85$, $2 \cdot 5 \cdot 17 = 170$.

Пример 3. Найдём:

- а) НОК (75; 25) и НОД (75; 25);
б) НОК (200; 125) и НОД (200; 125).

Решение. а) НОК (75; 25) = 75, а НОД (75; 25) = 25, так как 75 делится на 25.

- б) Разложим числа 200 и 125 на простые множители:

$$200 = 8 \cdot 25 = 2^3 \cdot 5^2; \quad 125 = 5 \cdot 25 = 5^3.$$

НОК (200; 125) = $2^3 \cdot 5^3 = 1000$ (берём все простые делители обоих чисел в наибольшей степени из встречающихся в разложениях);

НОД (200; 125) = $5^2 = 25$ (берём только общие простые делители обоих чисел в наименьшей степени из встречающихся в разложениях).

Пример 4. Вместо звёздочек поставим такие цифры, чтобы число $9*6*$ делилось на 6. Выпишем все такие числа.

Решение. Чтобы число $9*6*$ делилось на 6, оно должно делиться и на 2, и на 3. Чтобы число $9*6*$ делилось на 2, последняя цифра должна быть или 0, или 2, или 4, или 6, или 8. Теперь в каждом из чисел $9*60$, $9*62$, $9*64$, $9*66$, $9*68$ вместо звёздочки напишем такую цифру, чтобы сумма цифр каждого полученного числа делилась на 3:

$$9060, 9360, 9660, 9960, 9162, 9462, 9762, 9264, 9564, \\ 9864, 9066, 9366, 9666, 9966, 9168, 9468, 9768.$$

Пример 5. Сколько делителей имеет число 180?

Решение. *I способ.* Выпишем без пропусков все делители числа 180:

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180.$$

Всего 18 делителей.

II способ. Разложим число 180 на простые множители:

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5.$$

Запишем в первом столбце 1 и степени простого числа 2, входящие в разложение числа 180. Далее аналогично запишем во втором столбце 1 и степени простого числа 3, в третьем столбце 1 и 5:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \\ 2^2 & 3^2 & \end{array}$$

Теперь видно, что все делители числа 180 получаются умножением чисел, взятых по одному из каждого столбца. Из чисел первого и второго столбца можно составить $3 \cdot 3 = 9$ произведений, для каждого из них можно добавить множителем одно из двух чисел третьего столбца, поэтому всего делителей у числа 180 ровно $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$.

Ответ. 18.

13. Понятие дроби

Задача 1. Во дворе дома стояло 35 машин. Уехало $\frac{5}{7}$ всех машин. Сколько машин уехало? Сколько машин осталось?

Решение.

- 1) $35 : 7 = 5$ (машин) — приходится на $\frac{1}{7}$ всех машин;
- 2) $5 \cdot 5 = 25$ (машин) — уехало;
- 3) $35 - 25 = 10$ (машин) — осталось.

Ответ. 25 машин; 10 машин.

Замечание. Действия 1) и 2) обычно объединяют:

- 1) $35 : 7 \cdot 5 = 25$ (машин) — уехало.

Задача 2. Токарь обточил 20 деталей, что составляет $\frac{4}{5}$ задания. Сколько всего деталей он должен обточить, чтобы выполнить задание? Сколько деталей ему осталось обточить, чтобы выполнить задание?

Решение.

- 1) $20 : 4 = 5$ (деталей) — приходится на $\frac{1}{5}$ задания;
- 2) $5 \cdot 5 = 25$ (деталей) — должен обточить токарь;
- 3) $25 - 20 = 5$ (деталей) — осталось обточить токарю.

Ответ. 25 деталей; 5 деталей.

Замечание. Действия 1) и 2) обычно объединяют:

- 1) $20 : 4 \cdot 5 = 25$ (деталей) — должен обточить токарь.

Задача 3. Имелось 900 р. На первую покупку потратили $\frac{2}{3}$ этой суммы, а на вторую — $\frac{3}{4}$ остатка. Сколько денег осталось после двух покупок?

Решение.

- 1) $900 : 3 \cdot 2 = 600$ (р.) — потратили на первую покупку;
- 2) $900 - 600 = 300$ (р.) — осталось после первой покупки;
- 3) $300 : 4 \cdot 3 = 225$ (р.) — потратили на вторую покупку;
- 4) $300 - 225 = 75$ (р.) — осталось после второй покупки.

Ответ. 75 р.

14. Основное свойство дроби

Пример 1. Сократим дробь:

а) $\frac{56}{72}$; б) $\frac{36}{42}$; в) $\frac{24 \cdot 25}{35 \cdot 36}$.

Решение.

а) $\frac{56}{72} = \frac{7 \cdot 8}{9 \cdot 8} = \frac{7}{9}$; б) $\frac{36}{42} = \frac{6 \cdot 6}{6 \cdot 7} = \frac{6}{7}$;

в) $\frac{24 \cdot 25}{35 \cdot 36} = \frac{12 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5}{7 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 3} = \frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 3} = \frac{10}{21}$.

Пример 2. а) Приведём дробь $\frac{4}{5}$ к знаменателю 35.

б) Можно ли дробь $\frac{1}{6}$ привести к знаменателю 2345?

Решение. а) Так как $35 : 5 = 7$, то дополнительный множитель дроби равен 7: $\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 7}{5 \cdot 7} = \frac{28}{35}$.

б) Число 2345 не делится на 6, так как оно нечётное, следовательно, дробь $\frac{1}{6}$ нельзя привести к знаменателю 2345.

Пример 3. Приведём дроби к общему знаменателю:

а) $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{24}$; б) $\frac{7}{48}$ и $\frac{5}{36}$.

Решение. а) Так как 24 делится на 8, то общий знаменатель дробей равен 24. Приведём первую дробь к знаменателю 24: $\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{9}{24}$.

б) Так как $48 = 12 \cdot 4$, $36 = 12 \cdot 3$ и числа 4 и 3 взаимно простые, то дополнительные множители дробей $\frac{7}{48}$ и $\frac{5}{36}$ равны соответственно 3 и 4:

$$\frac{3}{48} \cdot \frac{7}{7} = \frac{7 \cdot 3}{48 \cdot 3} = \frac{21}{144}, \quad \frac{4}{36} \cdot \frac{5}{5} = \frac{5 \cdot 4}{36 \cdot 4} = \frac{20}{144}.$$

Пример 4. Сократим дробь $\frac{5656}{7272}$.

Решение. $\frac{5656}{7272} = \frac{56 \cdot 101}{72 \cdot 101} = \frac{56}{72} = \frac{7 \cdot 8}{8 \cdot 9} = \frac{7}{9}$.

15. Сравнение обыкновенных дробей

Пример 1. Сравним дроби:

а) $\frac{3}{13}$ и $\frac{5}{13}$; б) $\frac{5}{18}$ и $\frac{2}{9}$; в) $\frac{4}{13}$ и $\frac{4}{26}$; г) $\frac{6}{7}$ и $\frac{8}{9}$.

Решение. а) Так как знаменатели дробей равны и $3 < 5$,
то $\frac{3}{13} < \frac{5}{13}$.

б) Так как $\frac{2}{9} = \frac{2 \cdot 2}{9 \cdot 2} = \frac{4}{18} < \frac{5}{18}$, то $\frac{5}{18} > \frac{2}{9}$.

в) Так как числители дробей равны, а знаменатель первой дроби меньше знаменателя второй, то $\frac{4}{13} > \frac{4}{26}$.

г) Так как $\frac{9}{6} = \frac{6 \cdot 9}{7 \cdot 9} = \frac{54}{63}$; $\frac{7}{8} = \frac{8 \cdot 7}{9 \cdot 7} = \frac{56}{63}$ и $\frac{54}{63} < \frac{56}{63}$,
то $\frac{6}{7} < \frac{8}{9}$.

Пример 2. а) Расположим числа $\frac{5}{6}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{5}$, 1 в порядке возрастания.

б) Расположим числа $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$, 1 в порядке убывания.

Решение. а) Так как дроби $\frac{5}{6}$ и $\frac{5}{7}$ правильные, то они меньше 1. Дробь $\frac{6}{5}$ неправильная, она больше 1. Сравним дроби $\frac{5}{6}$, $\frac{5}{7}$. Так как числители дробей равны, а знаменатель первой дроби меньше знаменателя второй, то $\frac{5}{6} > \frac{5}{7}$. Расположим дроби в порядке возрастания:

$$\frac{5}{7} < \frac{5}{6} < 1 < \frac{6}{5}.$$

б) Так как числители правильных дробей $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$ равны и $5 < 7 < 8$, то $\frac{1}{8} < \frac{1}{7} < \frac{1}{5} < 1$. Расположим числа в порядке убывания:

$$1 > \frac{1}{5} > \frac{1}{7} > \frac{1}{8}.$$

Пример 3. Укажем какую-либо дробь, большую $\frac{1}{9}$, но меньшую $\frac{1}{8}$.

Решение. Приведём данные дроби к знаменателю $8 \cdot 9 \cdot 2 = 144$:

$$\frac{16}{9} = \frac{1 \cdot 16}{9 \cdot 16} = \frac{16}{144}; \quad \frac{18}{8} = \frac{1 \cdot 18}{8 \cdot 18} = \frac{18}{144}.$$

Так как $16 < 17 < 18$, то $\frac{16}{144} < \frac{17}{144} < \frac{18}{144}$.

Мы нашли дробь $\frac{17}{144}$, которая больше $\frac{1}{9}$, но меньше $\frac{1}{8}$.

Пример 4. Натуральные числа a и b таковы, что $\frac{a}{b} > 1$.

Докажем, что $\frac{3a+b}{a+3b} < \frac{a}{b}$.

Доказательство. Так как $\frac{a}{b} > 1$, т. е. $\frac{a}{b} > \frac{b}{b}$, то $a > b$. Так как $a > b$, то

$$\frac{3a+b}{a+3b} < \frac{3a+b}{b+3b} < \frac{3a+a}{b+3b} < \frac{4a}{4b} = \frac{a}{b},$$

что и требовалось доказать.

16. Сложение и вычитание обыкновенных дробей

Пример 1. Вычислим:

а) $\frac{5}{9} + \frac{1}{9}$; б) $\frac{2}{5} + \frac{1}{2}$; в) $\frac{3}{14} + \frac{1}{7}$; г) $\frac{1}{25} + \frac{1}{45}$;
д) $\frac{5}{6} - \frac{1}{6}$; е) $\frac{3}{4} - \frac{5}{16}$; ж) $\frac{5}{18} - \frac{1}{9}$; з) $\frac{5}{12} - \frac{5}{42}$.

Решение. а) $\frac{5}{9} + \frac{1}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{2}{3}$;

б) $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{4}{10} + \frac{5}{10} = \frac{9}{10}$;

в) $\frac{3}{14} + \frac{1}{7} = \frac{3}{14} + \frac{2 \cdot 1}{7 \cdot 2} = \frac{3}{14} + \frac{2}{14} = \frac{5}{14}$;

г) $\frac{1}{25} + \frac{1}{45} = \frac{9 \cdot 1}{25 \cdot 9} + \frac{5 \cdot 1}{45 \cdot 5} = \frac{9}{225} + \frac{5}{225} = \frac{14}{225}$;

д) $\frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$; е) $\frac{4 \cdot 3}{4 \cdot 3} - \frac{5}{16} = \frac{12}{16} - \frac{5}{16} = \frac{7}{16}$;

ж) $\frac{5}{18} - \frac{2 \cdot 1}{9 \cdot 2} = \frac{5}{18} - \frac{2}{18} = \frac{3}{18} = \frac{1 \cdot 3}{6 \cdot 3} = \frac{1}{6}$;

з) $\frac{5}{12} - \frac{5}{42} = \frac{7 \cdot 5}{12 \cdot 7} - \frac{2 \cdot 5}{42 \cdot 2} = \frac{35}{84} - \frac{10}{84} = \frac{25}{84}$.

Пример 2. Вычислим:

а) $\frac{5}{16} + \left(\frac{7}{16} + \frac{1}{4} \right)$; б) $\frac{1}{30} + \frac{2}{5} + \frac{7}{30} + \frac{1}{3}$; в) $\frac{5}{8} + \frac{5}{12} - \frac{13}{24}$.

Решение. а) $\frac{5}{16} + \left(\frac{7}{16} + \frac{1}{4} \right) = \left(\frac{5}{16} + \frac{7}{16} \right) + \frac{1}{4} = \frac{12}{16} + \frac{1}{4} =$
 $= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$;

$$\text{б) } \frac{1}{30} + \frac{2}{5} + \frac{7}{30} + \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{30} + \frac{7}{30} \right) + \left(\frac{3/2}{5} + \frac{5/1}{3} \right) = \frac{8}{30} + \left(\frac{6}{15} + \frac{5}{15} \right) = \frac{4}{15} + \frac{11}{15} = \frac{15}{15} = 1;$$

$$\text{в) } \frac{3/5}{8} + \frac{2/5}{12} - \frac{13}{24} = \frac{15}{24} + \frac{10}{24} - \frac{13}{24} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}.$$

Пример 3. Дроби с числителем 1 называют аликвотными дробями. Представим дробь $\frac{1}{11}$ в виде суммы двух различных аликвотных дробей.

Решение. Знаменатель данной дроби 11 имеет два делителя 1 и 11. Если числитель и знаменатель этой дроби умножить на сумму его делителей 12, то дробь можно представить в виде суммы дробей следующим образом:

$$\frac{1}{11} = \frac{12/1}{11} = \frac{12}{11 \cdot 12} = \frac{1+11}{11 \cdot 12} = \frac{1}{11 \cdot 12} + \frac{11}{11 \cdot 12} = \frac{1}{132} + \frac{1}{12}.$$

В результате мы получили сумму двух аликвотных дробей.

17. Умножение и деление обыкновенных дробей

Пример 1. Вычислим:

$$\text{а) } \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{5}; \quad \text{б) } \frac{9}{13} \cdot \frac{7}{9}; \quad \text{в) } \frac{2}{5} \cdot \frac{15}{17}; \quad \text{г) } \left(\frac{2}{3} \right)^2;$$

$$\text{д) } \frac{5}{6} : \frac{2}{3}; \quad \text{е) } \frac{5}{8} : \frac{3}{4}; \quad \text{ж) } \frac{8}{9} : 4; \quad \text{з) } 9 : \frac{6}{7}.$$

$$\text{Решение. а) } \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{5} = \frac{7 \cdot 3}{8 \cdot 5} = \frac{21}{40}; \quad \text{б) } \frac{9}{13} \cdot \frac{7}{9} = \frac{9 \cdot 7}{13 \cdot 9} = \frac{7}{13};$$

$$\text{в) } \frac{2}{5} \cdot \frac{15}{17} = \frac{2 \cdot 15}{5 \cdot 17} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 3}{5 \cdot 17} = \frac{2 \cdot 3}{17} = \frac{6}{17};$$

$$\text{г) } \left(\frac{2}{3} \right)^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \frac{4}{9};$$

$$\text{д) } \frac{5}{6} : \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 2} = \frac{5 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \frac{5}{4};$$

$$\text{е) } \frac{5}{8} : \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 4}{8 \cdot 3} = \frac{5 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{5}{6};$$

$$\text{ж) } \frac{8}{9} : 4 = \frac{8}{9} : \frac{4}{1} = \frac{8 \cdot 1}{9 \cdot 4} = \frac{2 \cdot 1}{9 \cdot 1} = \frac{2}{9};$$

$$\text{з) } 9 : \frac{6}{7} = \frac{9}{1} \cdot \frac{7}{6} = \frac{9 \cdot 7}{1 \cdot 6} = \frac{3 \cdot 7}{1 \cdot 2} = \frac{21}{2}.$$

Пример 2. Вычислим:

$$\text{а) } \frac{5}{8} \cdot \left(\frac{16}{25} : \frac{8}{15} \right); \quad \text{б) } \frac{18}{25} : \frac{4}{5} \cdot \frac{25}{36}; \quad \text{в) } \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{7}{9}.$$

Решение. а) *I способ.*

$$1) \frac{16}{25} : \frac{8}{15} = \frac{16 \cdot 15}{25 \cdot 8} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 1} = \frac{6}{5};$$

$$2) \frac{5}{8} \cdot \frac{6}{5} = \frac{5 \cdot 6}{8 \cdot 5} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{II способ. } \frac{5}{8} \cdot \left(\frac{16}{25} : \frac{8}{15} \right) = \frac{5}{8} \cdot \left(\frac{16}{25} \cdot \frac{15}{8} \right) = \frac{5 \cdot 16 \cdot 15}{8 \cdot 25 \cdot 8} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 3}{8 \cdot 5 \cdot 1} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 1} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{б) } \frac{18}{25} : \frac{4}{5} \cdot \frac{25}{36} = \frac{18}{25} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{25}{36} = \frac{18 \cdot 5 \cdot 25}{25 \cdot 4 \cdot 36} = \frac{1 \cdot 5 \cdot 1}{1 \cdot 4 \cdot 2} = \frac{5}{8};$$

$$\text{в) } \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{7}{9} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 9} = \frac{1}{9}.$$

Пример 3. Вычислим: $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) : \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right).$

$$\text{Решение. } \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) : \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) = \\ = \frac{1}{2 \cdot 3} : \frac{1}{3 \cdot 4} \cdot \frac{1}{4 \cdot 5} : \frac{1}{5 \cdot 6} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 3.$$

18. Задачи на дроби

Задача 1. Петя решил $\frac{3}{4}$ заданных задач, и ему осталось решить 2 задачи. Сколько задач задано Пете?

Решение.

$$1) 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \text{ (задания) — Пете осталось выполнить;}$$

$$2) 2 : \frac{1}{4} = 2 \cdot \frac{4}{1} = 8 \text{ (задач) — задано Пете.}$$

Ответ. 8 задач.

Задача 2. За три дня заасфальтировали 45 км дороги. В первый день заасфальтировали $\frac{1}{3}$ всей дороги, во второй день — $\frac{1}{2}$ остатка. Сколько километров дороги заасфальтировали в третий день?

Решение.

1) $45 : 3 = 15$ (км) — заасфальтировали в первый день;

2) $45 - 15 = 30$ (км) — осталось заасфальтировать после первого дня;

3) $30 : 2 = 15$ (км) — заасфальтировали во второй день;

4) $30 - 15 = 15$ (км) — заасфальтировали в третий день.

Ответ. 15 км.

Задача 3. Найдём $\frac{3}{5}$ от $\frac{5}{9}$ числа 60.

Решение. I способ.

$$1) \frac{5}{9} \cdot 60 = \frac{5 \cdot 60}{9} = \frac{5 \cdot 20}{3} = \frac{100}{3} \text{ — это } \frac{5}{9} \text{ числа } 60;$$

$$2) \frac{3}{5} \cdot \frac{100}{3} = \frac{3 \cdot 100}{5 \cdot 3} = \frac{100}{5} = 20.$$

II способ. Найдём $\frac{3}{5}$ от $\frac{5}{9} \cdot 60$:

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{9} \cdot 60 = \frac{3 \cdot 5 \cdot 60}{5 \cdot 9} = \frac{1 \cdot 60}{3} = 20.$$

Ответ. 20.

Задача 4. Известно, что $\frac{3}{8}$ от $\frac{4}{9}$ числа равны 30. Найдём это число.

Решение.

$$1) 30 : \frac{3}{8} = \frac{30 \cdot 8}{3} = 80 \text{ — это } \frac{4}{9} \text{ искомого числа};$$

$$2) 80 : \frac{4}{9} = \frac{80 \cdot 9}{4} = 180 \text{ — искомое число.}$$

Ответ. 180.

Задача 5. На первую покупку потратили $\frac{2}{3}$ имевшихся денег, на вторую — $\frac{3}{4}$ остатка, осталось 100 р. Сколько денег было первоначально?

Решение.

$$1) 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \text{ (первого остатка) — приходится на } 100 \text{ р.};$$

$$2) 100 : \frac{1}{4} = 400 \text{ (р.) — осталось после первой покупки};$$

$$3) 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \text{ (всех денег) — осталось после первой покупки (400 р.);}$$

4) $400 : \frac{1}{3} = 1200$ (р.) — было первоначально.

Ответ. 1200 р.

19*. Сложные задачи на дроби

Задача 1. В физико-математическом классе каждый ученик любит математику или физику (есть и такие, кто любит оба эти предмета). $\frac{3}{4}$ класса любит математику, а $\frac{2}{3}$ класса любит физику. Какая часть учащихся класса:

- а) любит только математику;
- б) любит только физику;
- в) любит и математику, и физику?

Решение. Примем число учащихся класса за единицу (рис. 15).

а) $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ (класса) — любит только математику;

б) $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ (класса) — любит только физику;

в) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ (класса) — любит и математику, и физику.

Ответ. а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{1}{4}$; в) $\frac{1}{2}$.

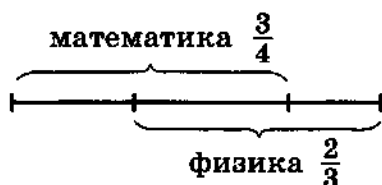


Рис. 15

Задача 2. Среди моих знакомых есть коллекционеры марок и коллекционеры монет. Причём число коллекционеров и марок, и монет составляет $\frac{1}{4}$ числа коллекционеров марок и $\frac{1}{3}$ числа коллекционеров монет. Кого среди моих знакомых больше: коллекционеров марок или коллекционеров монет?

Решение. I способ. Изобразим число коллекционеров и марок, и монет отрезком AB (рис. 16). Тогда отрезок CB , длина которого в 4 раза больше длины AB , изображает число коллекционеров марок, а отрезок AD ,



Рис. 16

длина которого в 3 раза больше длины AB , изображает число коллекционеров монет. Так как $CB > AD$, то коллекционеров марок больше, чем коллекционеров монет.

II способ. Обозначим число коллекционеров и марок, и монет буквой x . Тогда число коллекционеров марок равно $4x$, а число коллекционеров монет равно $3x$. Так как $4x > 3x$, то коллекционеров марок больше, чем коллекционеров монет.

Ответ. Коллекционеров марок больше.

Задача 3. Учащиеся нашего класса участвовали в концерте — пели и танцевали. $\frac{3}{4}$ из них пели, $\frac{1}{3}$ — танцевали, а 2 девочки и пели, и танцевали. Сколько учащихся нашего класса участвовало в концерте?

Решение.

1) $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ (участников) — только танцевали;

2) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ (участников) — и пели, и танцевали (2 девочки);

3) $2 : \frac{1}{12} = 24$ (учащихся) — участвовало в концерте.

Ответ. 24 учащихся.

20. Задачи на совместную работу

Задача 1. Первая бригада может выполнить задание за 15 ч, а вторая — за 60 ч. Какую часть задания выполнят бригады за 1 ч совместной работы?

Решение.

1) $1 : 15 = \frac{1}{15}$ (задания) — выполняет первая бригада за 1 ч;

2) $1 : 60 = \frac{1}{60}$ (задания) — выполняет вторая бригада за 1 ч;

3) $\frac{1}{15} + \frac{1}{60} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$ (задания) — выполнят обе бригады за 1 ч совместной работы.

Ответ. $\frac{1}{12}$ задания.

Задача 2. Через первую трубу бак наполняется за 40 мин, а через вторую — за 24 мин. За сколько минут наполнится бак через обе эти трубы при их совместной работе?

Решение.

1) $1 : 40 = \frac{1}{40}$ (бака) — наполнится через первую трубу за 1 ч;

2) $1 : 24 = \frac{1}{24}$ (бака) — наполнится через вторую трубу за 1 ч;

3) $\frac{3}{40} + \frac{5}{24} = \frac{8}{120} = \frac{1}{15}$ (бака) — наполнится через обе трубы за 1 ч совместной работы;

4) $1 : \frac{1}{15} = 15$ (мин) — время наполнения бака через обе трубы.

Ответ. 15 мин.

Задача 3. Первая бригада может выполнить задание за 30 дней, а вторая — за 45 дней. За сколько дней совместной работы бригады выполнят задание?

Решение.

1) $1 : 30 = \frac{1}{30}$ (задания) — выполнит первая бригада за 1 день;

2) $1 : 45 = \frac{1}{45}$ (задания) — выполнит вторая бригада за 1 день;

3) $\frac{3}{30} + \frac{2}{45} = \frac{5}{90} = \frac{1}{18}$ (задания) — выполнят обе бригады за 1 день совместной работы;

4) $1 : \frac{1}{18} = 18$ (дней) — время выполнения задания при совместной работе двух бригад.

Ответ. 18 дней.

Задача 4. Первый печник сложит печь за 20 дней, а второй — за 30 дней. Известно, что если они работают вместе, то производительность их труда повышается на $\frac{1}{11}$. За сколько дней совместной работы они сложат печь?

Решение.

1) $1 : 20 = \frac{1}{20}$ (печи) — сложит первый печник за 1 день, если работает один;

2) $1 : 30 = \frac{1}{30}$ (печи) — сложит второй печник за 1 день, если работает один;

3) $\frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{1}{12}$ (печи) — сложили бы два печника за 1 день при совместной работе, если бы производительность их труда не повышалась;

4) $\frac{1}{12} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{11} = \frac{1}{11}$ (печи) — сложат два печника за 1 день при совместной работе, если производительность их труда повысилась;

5) $1 : \frac{1}{11} = 11$ (дней) — время, за которое два печника сло-
жат печь при совместной работе.

Ответ. 11 дней.

21. Смешанные дроби

Пример 1. Запишем сумму в виде смешанной дроби:

а) $3 + \frac{1}{7}$; б) $4 + \frac{5}{11}$; в) $\frac{1}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{9}$.

Решение. а) $3 + \frac{1}{7} = 3\frac{1}{7}$; б) $4 + \frac{5}{11} = 4\frac{5}{11}$;

в) $\frac{1}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{9} = 1 + \frac{7}{9} = 1\frac{7}{9}$.

Пример 2. Запишем смешанную дробь в виде суммы на-
турального числа и правильной дроби:

а) $12\frac{3}{11}$; б) $13\frac{3}{8}$.

Решение. а) $12\frac{3}{11} = 12 + \frac{3}{11}$; б) $13\frac{3}{8} = 13 + \frac{3}{8}$.

Пример 3. Запишем неправильную дробь в виде смешан-
ной дроби:

а) $\frac{23}{6}$; б) $\frac{49}{12}$.

Решение. а) $\frac{23}{6} = \frac{18+5}{6} = \frac{18}{6} + \frac{5}{6} = 3 + \frac{5}{6} = 3\frac{5}{6}$;

б) $\frac{49}{12} = \frac{48+1}{12} = \frac{48}{12} + \frac{1}{12} = 4 + \frac{1}{12} = 4\frac{1}{12}$.

Пример 4. Запишем смешанную дробь в виде неправиль-
ной дроби:

а) $6\frac{1}{5}$; б) $3\frac{2}{7}$.

Решение. а) $6\frac{1}{5} = \frac{6 \cdot 5 + 1}{5} = \frac{31}{5}$; б) $3\frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 7 + 2}{7} = \frac{23}{7}$.

Пример 5. Сравним смешанные дроби:

а) $7\frac{1}{12}$ и $6\frac{11}{12}$; б) $8\frac{23}{25}$ и $8\frac{24}{25}$; в) $19\frac{22}{33}$ и $19\frac{2}{3}$.

Решение. а) $7\frac{1}{12} > 6\frac{11}{12}$, так как $7\frac{1}{12} > 7$, $7 > 6\frac{11}{12}$;

б) $8\frac{23}{25} < 8\frac{24}{25}$, так как целые части смешанных дробей равны и $\frac{23}{25} < \frac{24}{25}$;

в) $19\frac{22}{33} = 19\frac{2}{3}$, так как $19\frac{22}{33} = 19 + \frac{22}{33} = 19 + \frac{2 \cdot 11}{3 \cdot 11} = 19 + \frac{2}{3} = 19\frac{2}{3}$.

22. Сложение и вычитание смешанных дробей

Пример 1. Вычислим:

а) $3\frac{1}{9} + 2\frac{1}{3}$; б) $5\frac{4}{7} + 2\frac{1}{2}$; в) $2\frac{7}{12} + 11\frac{7}{16}$;

г) $8\frac{7}{15} - 3\frac{1}{30}$; д) $5\frac{3}{8} - 4\frac{1}{3}$; е) $9\frac{3}{4} - 3\frac{7}{8}$.

Решение. а) $3\frac{1}{9} + 2\frac{1}{3} = 3\frac{1}{9} + 2\frac{3}{9} = 5\frac{4}{9}$;

б) $5\frac{4}{7} + 2\frac{1}{2} = 5\frac{8}{14} + 2\frac{7}{14} = 7 + \frac{15}{14} = 7 + 1\frac{1}{14} = 8\frac{1}{14}$;

в) $2\frac{7}{12} + 11\frac{7}{16} = 2\frac{28}{48} + 11\frac{21}{48} = 13 + \frac{49}{48} = 13 + 1\frac{1}{48} = 14\frac{1}{48}$;

г) $8\frac{7}{15} - 3\frac{1}{30} = 8\frac{14}{30} - 3\frac{1}{30} = 5\frac{13}{30}$;

д) $5\frac{3}{8} - 4\frac{1}{3} = 5\frac{9}{24} - 4\frac{8}{24} = 1\frac{1}{24}$;

е) $9\frac{3}{4} - 3\frac{7}{8} = 9\frac{6}{8} - 3\frac{7}{8} = 8 + 1\frac{6}{8} - 3\frac{7}{8} = \left(8 + \frac{14}{8}\right) - \left(3 + \frac{7}{8}\right) = 5\frac{7}{8}$.

Пример 2. Вычислим: $16\frac{1}{4} - \left(8\frac{2}{5} + 3\frac{3}{10}\right)$.

Решение. 1) $8\frac{2}{5} + 3\frac{3}{10} = 8\frac{4}{10} + 3\frac{3}{10} = 11\frac{7}{10}$;

2) $16\frac{1}{4} - 11\frac{7}{10} = 16\frac{5}{20} - 11\frac{14}{20} = \left(15 + 1\frac{5}{20}\right) - \left(11 + \frac{14}{20}\right) = \left(15 + \frac{25}{20}\right) - \left(11 + \frac{14}{20}\right) = 4\frac{11}{20}$.

Пример 3. Вычислим: $\left(3\frac{2}{3} + 1\frac{2}{7}\right) + \left(2\frac{1}{3} + 1\frac{5}{7}\right)$.

Решение. Применим сочетательный и переместительный законы сложения:

$$\left(3\frac{2}{3} + 1\frac{2}{7}\right) + \left(2\frac{1}{3} + 1\frac{5}{7}\right) = 3\frac{2}{3} + 2\frac{1}{3} + 1\frac{2}{7} + 1\frac{5}{7} = 6 + 3 = 9.$$

23. Умножение и деление смешанных дробей

Пример 1. Вычислим:

а) $\frac{1}{4} \cdot 3\frac{1}{3}$; б) $3\frac{1}{6} \cdot 2$; в) $2\frac{1}{10} \cdot 3\frac{4}{7}$;

г) $3\frac{1}{9} : \frac{7}{6}$; д) $12 : 1\frac{3}{5}$; е) $2\frac{1}{5} : 3\frac{2}{3}$.

Решение. а) $\frac{1}{4} \cdot 3\frac{1}{3} = \frac{1}{4} \cdot \frac{10}{3} = \frac{1 \cdot 10}{4 \cdot 3} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 3} = \frac{5}{6}$;

б) $3\frac{1}{6} \cdot 2 = \frac{19}{6} \cdot 2 = \frac{19 \cdot 2}{6} = \frac{19 \cdot 1}{3} = \frac{19}{3} = 6\frac{1}{3}$;

в) $2\frac{1}{10} \cdot 3\frac{4}{7} = \frac{21}{10} \cdot \frac{25}{7} = \frac{21 \cdot 25}{10 \cdot 7} = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 1} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$;

г) $3\frac{1}{9} : \frac{7}{6} = \frac{28}{9} : \frac{7}{6} = \frac{28 \cdot 6}{9 \cdot 7} = \frac{4 \cdot 2}{3 \cdot 1} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$;

д) $12 : 1\frac{3}{5} = \frac{12}{1} : \frac{8}{5} = \frac{12 \cdot 5}{1 \cdot 8} = \frac{3 \cdot 5}{1 \cdot 2} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$;

е) $2\frac{1}{5} : 3\frac{2}{3} = \frac{11}{5} : \frac{11}{3} = \frac{11 \cdot 3}{5 \cdot 11} = \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 1} = \frac{3}{5}$.

Пример 2. Вычислим:

а) $3\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{7} - 5\frac{5}{9} : 5$; б) $4\frac{1}{7} \cdot 1\frac{1}{4} + 4\frac{1}{7} \cdot 1\frac{3}{4}$.

Решение. а) 1) $3\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{7} = \frac{7}{2} \cdot \frac{8}{7} = \frac{7 \cdot 8}{2 \cdot 7} = \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 1} = \frac{4}{1} = 4$;

2) $5\frac{5}{9} : 5 = \frac{50}{9} : \frac{5}{1} = \frac{50 \cdot 1}{9 \cdot 5} = \frac{10 \cdot 1}{9 \cdot 1} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}$;

3) $4 - 1\frac{1}{9} = \left(3 + \frac{9}{9}\right) - \left(1 + \frac{1}{9}\right) = 2\frac{8}{9}$.

б) Применим распределительный закон:

$$4\frac{1}{7} \cdot 1\frac{1}{4} + 4\frac{1}{7} \cdot 1\frac{3}{4} = 4\frac{1}{7} \cdot \left(1\frac{1}{4} + 1\frac{3}{4}\right) = 4\frac{1}{7} \cdot 3 = \\ = \left(4 + \frac{1}{7}\right) \cdot 3 = 4 \cdot 3 + \frac{1}{7} \cdot 3 = 12 + \frac{3}{7} = 12\frac{3}{7}.$$

Пример 3. Вычислим: $1\frac{1}{18} \cdot 1\frac{1}{19} \cdot 1\frac{1}{20} \cdot 1\frac{1}{21} \cdot 1\frac{1}{22} \cdot 1\frac{1}{23}$.

Решение. $1\frac{1}{18} \cdot 1\frac{1}{19} \cdot 1\frac{1}{20} \cdot 1\frac{1}{21} \cdot 1\frac{1}{22} \cdot 1\frac{1}{23} = \frac{19}{18} \cdot \frac{20}{19} \cdot \frac{21}{20} \cdot \frac{22}{21} \times$
 $\times \frac{23}{22} \cdot \frac{24}{23} = \frac{19 \cdot 20 \cdot 21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24}{18 \cdot 19 \cdot 20 \cdot 21 \cdot 22 \cdot 23} = \frac{24}{18} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}.$

Пример 4. Вычислим: $3\frac{2}{27} \cdot 5\frac{2}{13} + 3\frac{2}{27} \cdot 3\frac{1}{13} - 2\frac{2}{27} \cdot 8\frac{3}{13}$.

Решение. Применим распределительный закон:

$$3\frac{2}{27} \cdot 5\frac{2}{13} + 3\frac{2}{27} \cdot 3\frac{1}{13} - 2\frac{2}{27} \cdot 8\frac{3}{13} = 3\frac{2}{27} \cdot \left(5\frac{2}{13} + 3\frac{1}{13}\right) - 2\frac{2}{27} \cdot 8\frac{3}{13} = \\ = 3\frac{2}{27} \cdot 8\frac{3}{13} - 2\frac{2}{27} \cdot 8\frac{3}{13} = \left(3\frac{2}{27} - 2\frac{2}{27}\right) \cdot 8\frac{3}{13} = 1 \cdot 8\frac{3}{13} = 8\frac{3}{13}.$$

24*. Сложные задачи на движение

Задача 1. Два пешехода вышли одновременно из двух пунктов навстречу друг другу и встретились через 24 мин. За сколько минут второй пешеход пройдёт расстояние между этими пунктами, если первый пешеход проходит его за 40 мин?

Решение.

1) $1 : 24 = \frac{1}{24}$ (расстояния) — проходят пешеходы вместе за 1 мин;

2) $1 : 40 = \frac{1}{40}$ (расстояния) — проходит первый пешеход за 1 мин;

3) $\frac{1}{24} - \frac{1}{40} = \frac{5}{120} - \frac{3}{120} = \frac{2}{120} = \frac{1}{60}$ (расстояния) — проходит второй пешеход за 1 мин;

4) $1 : \frac{1}{60} = 60$ (мин) — время, за которое второй пешеход пройдёт это расстояние.

Ответ. 60 мин.

Задача 2. Моторная лодка проплывает некоторое расстояние по озеру за 50 мин, а такое же расстояние по течению реки она проплывёт за 40 мин. За сколько минут моторная лодка проплывёт такое же расстояние против течения реки?

Решение.

1) $1 : 50 = \frac{1}{50}$ (расстояния) — проплывает моторная лодка по озеру за 1 мин;

2) $1 : 40 = \frac{1}{40}$ (расстояния) — проплывает моторная лодка по течению реки за 1 мин;

3) $\frac{1}{40} - \frac{1}{50} = \frac{5}{200} - \frac{4}{200} = \frac{1}{200}$ (расстояния) — на такую часть расстояния относит река моторную лодку за 1 мин;

4) $\frac{1}{50} - \frac{1}{200} = \frac{1}{50} - \frac{1}{200} = \frac{4}{200} - \frac{1}{200} = \frac{3}{200}$ (расстояния) — проплывает моторная лодка против течения реки за 1 мин;

5) $1 : \frac{3}{200} = \frac{200}{3} = 66\frac{2}{3}$ (мин) — за столько минут моторная лодка проплывёт такое же расстояние против течения реки.

Ответ. $66\frac{2}{3}$ мин.

Задача 3. Теплоход проплывает некоторое расстояние по течению реки за 20 ч, против течения — за 30 ч. За сколько суток такое же расстояние проплывёт бревно?

Решение.

1) $1 : 20 = \frac{1}{20}$ (расстояния) — проплывает теплоход по течению реки за 1 ч;

2) $1 : 30 = \frac{1}{30}$ (расстояния) — проплывает теплоход против течения реки за 1 ч;

3) $\frac{1}{20} - \frac{1}{30} = \frac{3}{60} - \frac{2}{60} = \frac{1}{60}$ (расстояния) — удвоенная часть расстояния, которую проплывает бревно за 1 ч;

4) $\frac{1}{60} : 2 = \frac{1}{120}$ (расстояния) — проплывает бревно за 1 ч;

5) $1 : \frac{1}{120} = 120$ (ч) — за столько часов бревно проплывёт это расстояние.

$120 \text{ ч} = 5 \text{ суток.}$

Ответ. 5 суток.

Задача 4. Расстояние между двумя пристанями на реке равно 27 км. Однажды от одной пристани к другой отправились одновременно катер со скоростью 25 км/ч и моторная лодка со скоростью 11 км/ч. Катер первым приплыл к другой пристани, развернулся и поплыл навстречу моторной лодке. Через сколько часов после начала движения они встретились?

Решение. Заметим, что в задаче не дана скорость течения и не сказано, в каком направлении — по течению или против течения реки — отправились от пристани катер и моторная лодка. Покажем, что в данной задаче это и не нужно.

Действительно, если скорость течения реки v км/ч и они отправились по течению реки, то они удаляются друг от друга со скоростью, равной $(25 + v) - (11 + v) = 25 - 11 = 14$ (км/ч), если они отправились против течения реки, то они удаляются друг от друга со скоростью, равной $(25 - v) - (11 - v) = 25 - 11 = 14$ (км/ч).

Точно так же показывается, что если они отправились по течению или против течения реки, то скорость их сближения равна $25 + 11 = 36$ (км/ч).

Это означает, что ответ к задаче получится точно такой же, как если бы катер и лодка двигались по озеру навстречу друг другу с удвоенного расстояния: $27 \cdot 2 = 54$ (км). Переформулируем задачу: «Катер и лодка отправились по озеру одновременно навстречу друг другу из пунктов, расстояние между которыми 54 км, со скоростями 25 км/ч и 11 км/ч соответственно. Через сколько часов после начала движения они встретились?»

Коротко решение задачи можно записать так:

1) $27 \cdot 2 = 54$ (км) — путь, пройденный катером и лодкой до встречи;

2) $25 + 11 = 36$ (км/ч) — скорость сближения;

3) $54 : 36 = 1\frac{1}{2}$ (ч) — время движения катера и лодки до встречи.

Ответ. $1\frac{1}{2}$ ч.

C-1 Запись и сравнение натуральных чисел

1. Запишіть цифрами число:

- а) два миллиона двести тридцать пять тысяч двенадцать;
 - б) десять миллионов сто две тысячи четыреста.
2. Запишите число 7238 в виде суммы разрядных слагаемых.
3. Сравните числа:
 - а) 999 и 1001;
 - б) 3125 и 3215;
 - в) 700 и 691;
 - г) 10 101 и 10 101.
4. Сколько чисел в натуральном ряду:
 - а) от 23 до 100;
 - б) между 23 и 100?
5. Выпишите в порядке возрастания все двузначные числа, в записи которых используются цифры 2, 4 и 6, если не разрешается использовать одинаковые цифры в записи одного числа.
- 6*. В числе 464 748 495 051 525 354 зачеркните половину цифр так, чтобы оставшиеся цифры (без изменения их порядка) образовали наименьшее число.

1. Запишіть цифрами число:

- а) три миллиона четыреста двадцать шесть тысяч тринадцать;
 - б) двадцать миллионов триста пять тысяч семьсот.
2. Запишите число 3782 в виде суммы разрядных слагаемых.
3. Сравните числа:
 - а) 888 и 1002; б) 4972 и 4297;
 - в) 329 и 400; г) 12 345 и 12 345.
4. Сколько чисел в натуральном ряду:
 - а) от 35 до 100; б) между 35 и 100?
5. Выпишите в порядке возрастания все двузначные числа, в записи которых используются цифры 3, 5 и 7, если не разрешается использовать одинаковые цифры в записи одного числа.
- 6*. В числе 555 657 585 960 616 263 зачеркните половину цифр так, чтобы оставшиеся цифры (без изменения их порядка) образовали наименьшее число.

Вариант III

1. Запишите цифрами число:
 - а) сто пять миллионов пятьдесят две тысячи десять;
 - б) триста десять миллионов четыреста один.
2. Запишите число 93 854 в виде суммы разрядных слагаемых.
3. Сравните числа:
 - а) 19 797 и 17 979;
 - б) 3412 и 3421;
 - в) 78 787 и 8787;
 - г) 34 567 и 34 567.
4. Сколько чисел в натуральном ряду:
 - а) от 41 до 125; б) между 41 и 125?
5. Выпишите в порядке возрастания все трёхзначные числа, в записи которых используются цифры 5 и 9, если разрешается использовать одинаковые цифры в записи одного числа.
- 6*. В числе 26 272 829 303 132 333 435 зачеркните половину цифр так, чтобы оставшиеся цифры (без изменения их порядка) образовали наименьшее число.

Вариант IV

1. Запишите цифрами число:
 - а) триста два миллиона сто шесть тысяч тридцать;
 - б) сто двадцать миллионов пять тысяч.
2. Запишите число 45 389 в виде суммы разрядных слагаемых.
3. Сравните числа:
 - а) 19 891 и 18 981;
 - б) 6143 и 6134;
 - в) 13 131 и 3131;
 - г) 98 765 и 98 765.
4. Сколько чисел в натуральном ряду:
 - а) от 45 до 127; б) между 45 и 127?
5. Выпишите в порядке возрастания все трёхзначные числа, в записи которых используются цифры 3 и 5, если разрешается использовать одинаковые цифры в записи одного числа.
- 6*. В числе 37 383 940 414 243 444 546 зачеркните половину цифр так, чтобы оставшиеся цифры (без изменения их порядка) образовали наименьшее число.

Вариант I**1. Вычислите:**

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| а) $45 + 89 + 55$; | б) $408 - 199$; |
| в) $48 \cdot 10$; | г) $13 \cdot 200$; |
| д) $12 \cdot 3000$; | е) $25 \cdot 37 \cdot 4$; |
| ж) $17 \cdot 81 + 17 \cdot 19$; | з) $18 \cdot 99 - 18 \cdot 89$. |

2. На первой полке стояло 22 книги. Это на 6 книг меньше, чем на второй полке. Сколько книг стояло на двух полках вместе?
3. В комнате находилось 20 человек. Сначала вышли 3 человека и вошли 5, потом вышли 7 человек и вошли 4. Сколько человек стало в комнате?
4. В комнате находилось несколько человек. Сначала вышли 5 человек и вошли 2, потом вышли 6 человек и вошли 8, и в комнате стало 25 человек. Сколько человек было в комнате первоначально?
- 5*. У Пети на 12 машинок больше, чем у Коли, и на 9 машинок меньше, чем у Вити. У кого больше машинок — у Коли или у Вити и на сколько?

Вариант II**1. Вычислите:**

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| а) $75 + 87 + 25$; | б) $513 - 198$; |
| в) $35 \cdot 10$; | г) $32 \cdot 200$; |
| д) $13 \cdot 3000$; | е) $4 \cdot 99 \cdot 25$; |
| ж) $13 \cdot 96 + 13 \cdot 4$; | з) $16 \cdot 98 - 16 \cdot 88$. |

2. В первой пачке было 25 тетрадей. Это на 3 тетради больше, чем во второй пачке. Сколько тетрадей было в двух пачках вместе?
3. В комнате находилось 27 человек. Сначала вышли 2 человека и вошли 7, потом вышли 8 человек и вошли 5. Сколько человек стало в комнате?
4. В комнате находилось несколько человек. Сначала вышли 4 человека и вошли 5, потом вышли 3 человека и вошли 7, и в комнате стало 20 человек. Сколько человек было в комнате первоначально?
- 5*. У Кати на 6 кукол меньше, чем у Алёны, и на 5 кукол больше, чем у Полины. У кого больше кукол — у Алёны или у Полины и на сколько?

Вариант III

1. Вычислите:

- | | |
|----------------------------------|------------------------------------|
| а) $51 + 902 + 49$; | б) $543 - 289$; |
| в) $407 \cdot 10$; | г) $24 \cdot 300$; |
| д) $34 \cdot 2000$; | е) $125 \cdot 9 \cdot 8$; |
| ж) $27 \cdot 88 + 27 \cdot 12$; | з) $98 \cdot 199 - 98 \cdot 189$. |

2. На первой полке стояло 25 книг. Это на 7 книг меньше, чем на второй полке, и на 7 книг больше, чем на третьей полке. Сколько книг стояло на трёх полках вместе?
3. В комнате находилось 43 человека. Сначала вышли 5 человек и вошли 2, потом вышли 6 человек и вошли 3. Сколько человек стало в комнате?
4. В комнате находилось несколько человек. Сначала вышли 3 человека и вошли 5, потом вышли 7 человек и вошли 9, и в комнате стало 42 человека. Сколько человек было в комнате первоначально?
- 5*. У Саши на 11 солдатиков меньше, чем у Вовы, и на 7 солдатиков больше, чем у Димы. У кого больше солдатиков — у Вовы или у Димы и на сколько?

Вариант IV

1. Вычислите:

- | | |
|----------------------------------|------------------------------------|
| а) $53 + 971 + 47$; | б) $443 - 189$; |
| в) $507 \cdot 10$; | г) $32 \cdot 400$; |
| д) $23 \cdot 3000$; | е) $8 \cdot 99 \cdot 125$; |
| ж) $37 \cdot 89 + 63 \cdot 11$; | з) $62 \cdot 498 - 62 \cdot 398$. |

2. В первой пачке была 31 тетрадь. Это на 5 тетрадей больше, чем во второй пачке, и на 5 тетрадей меньше, чем в третьей пачке. Сколько тетрадей было в трёх пачках вместе?
3. В комнате находилось 36 человек. Сначала вышли 4 человека и вошли 5, потом вышли 7 человек и вошли 6. Сколько человек стало в комнате?
4. В комнате находилось несколько человек. Сначала вышли 7 человек и вошли 3, потом вышли 4 человека и вошли 8, и в комнате стало 29 человек. Сколько человек было в комнате первоначально?
- 5*. В среду Петя решил на 3 задачи больше, чем в понедельник, и на 2 задачи меньше, чем во вторник. Когда он решил больше задач — в понедельник или во вторник и на сколько?

Вариант I

1. Вычислите: а) 7^2 ; б) 3^3 ; в) 48^1 .
2. Вычислите:
а) $420 : 7$; б) $3500 : 50$; в) $(7500 \cdot 12) : 12$;
г) $66 : 6$; д) $44 : 11$; е) $909 : 3$.
3. Число 16 увеличили в 10 раз, полученный результат уменьшили в 2 раза. Какое число получили?
4. Задумали число, увеличили его в 5 раз, полученный результат уменьшили в 3 раза и получили 30. Найдите задуманное число.
- 5*. Число 6 возвели в степень 3, полученный результат возвели в степень 3. В какую степень за два раза возвели число 6?

Вариант II

1. Вычислите:
а) 9^2 ; б) 2^4 ; в) 54^1 .
2. Вычислите:
а) $480 : 6$; б) $3200 : 80$; в) $(8100 \cdot 13) : 13$;
г) $77 : 7$; д) $66 : 11$; е) $808 : 8$.
3. Число 25 уменьшили в 5 раз, полученный результат увеличили в 2 раза. Какое число получили?
4. Задумали число, уменьшили его в 10 раз, полученный результат увеличили в 6 раз и получили 120. Найдите задуманное число.
- 5*. Число 7 возвели в степень 2, полученный результат возвели в степень 4. В какую степень за два раза возвели число 7?

Вариант III

1. Вычислите:
а) 12^2 ; б) 4^3 ; в) 246^1 .
2. Вычислите:
а) $9090 : 9$; б) $4500 : 50$; в) $(8975 \cdot 82) : 82$;
г) $888 : 8$; д) $999 : 111$; е) $40404 : 2$.
3. Число 88 увеличили в 3 раза, полученный результат уменьшили в 4 раза. Какое число получили?

4. Задумали число, увеличили его в 4 раза, полученный результат уменьшили в 5 раз и получили 800. Найдите задуманное число.
- 5*. Число 8 возвели в степень 4, полученный результат возвели в степень 2. В какую степень за два раза возвели число 8?

Вариант IV

1. Вычислите: а) 11^2 ; б) 3^4 ; в) 598^1 .
2. Вычислите:
а) $9006 : 3$; б) $5400 : 60$; в) $(8765 \cdot 37) : 37$;
г) $999 : 9$; д) $666 : 333$; е) $60\,606 : 3$.
3. Число 49 уменьшили в 7 раз, полученный результат увеличили в 10 раз. Какое число получили?
4. Задумали число, уменьшили его в 8 раз, полученный результат увеличили в 3 раза и получили 240. Найдите задуманное число.
- 5*. Число 9 возвели в степень 5, полученный результат возвели в степень 2. В какую степень за два раза возвели число 9?

С-4

Задачи «на части»

Вариант I

1. В бочке 40 л воды. Отлили воды в 3 раза больше, чем осталось. Сколько воды осталось в бочке?
2. У брата в 2 раза больше марок, чем у сестры, а всего у них 120 марок. Сколько марок у брата?
3. Альбом в 4 раза дороже тетради, а тетрадь на 21 р. дешевле альбома. Сколько стоит альбом?
- 4*. Саша в 3 раза моложе папы и в 2 раза старше брата Коли. Сколько лет Саше, если Коля моложе папы на 35 лет?

Вариант II

1. В бочке 50 л воды. Отлили воды в 4 раза больше, чем осталось. Сколько воды осталось в бочке?
2. У сестры в 3 раза больше марок, чем у брата, а всего у них 120 марок. Сколько марок у сестры?
3. Книга в 6 раз дороже блокнота, а блокнот на 50 р. дешевле книги. Сколько стоит книга?
- 4*. Алёна в 5 раз моложе мамы и в 3 раза старше брата Васи. Сколько лет Алёне, если Вася моложе мамы на 42 года?

Вариант III

1. В магазине было 84 яблока. Продали яблок в 6 раз больше, чем осталось. Сколько яблок осталось?
2. На автобазе было 120 машин, причём легковых в 3 раза меньше, чем грузовых. Сколько грузовых машин на автобазе?
3. В куске сплава содержится никеля на 40 г больше, чем меди, а меди в 5 раз меньше, чем никеля. Сколько граммов каждого металла содержится в этом куске сплава?
- 4*. Саша в 3 раза моложе папы и в 2 раза старше брата Коли. Сколько лет Саше, если Коля моложе папы на 30 лет?

Вариант IV

1. В магазине было 60 лимонов. Продали лимонов в 5 раз больше, чем осталось. Сколько лимонов осталось?
2. В хозяйстве было 140 уток и гусей, причём гусей в 6 раз меньше, чем уток. Сколько в хозяйстве уток?
3. В куске сплава содержится олова на 30 г больше, чем свинца, а свинца в 4 раза меньше, чем олова. Сколько граммов каждого металла содержится в этом куске сплава?
- 4*. Алёна в 5 раз моложе мамы и в 3 раза старше брата Васи. Сколько лет Алёне, если Вася моложе мамы на 28 лет?

С—5 Вычисления с натуральными числами

Вариант I

1. Вычислите: а) $237 + 5435$; б) $6432 - 4317$; в) $7654 - 1678$.
2. Вычислите: а) $47 \cdot 53$; б) $3200 \cdot 17$; в) $123 \cdot 705$.
3. Вычислите: а) $910 : 35$; б) $1161 : 27$; в) $8729 : 43$.
4. Выполните деление с остатком и укажите остаток:
а) $3919 : 23$; б) $2691 : 28$; в) $5803 : 55$.
5. а) Найдите делимое m , если $m : 15 = 3$ (ост. 11).
б) Найдите делитель n , если $406 : n = 23$ (ост. 15).
- 6*. Найдите наименьшее натуральное число, которое при делении на 6 даёт остаток 5, а при делении на 7 даёт остаток 2.

Вариант II

1. Вычислите: а) $348 + 6376$; б) $7643 - 3451$; в) $6543 - 1567$.
2. Вычислите: а) $38 \cdot 59$; б) $1400 \cdot 43$; в) $321 \cdot 507$.
3. Вычислите: а) $851 : 37$; б) $8400 : 24$; в) $10\,962 : 54$.

4. Выполните деление с остатком и укажите остаток:
а) $2552 : 36$; б) $962 : 28$; в) $1439 : 46$.
5. а) Найдите делимое m , если $m : 16 = 4$ (ост. 12).
б) Найдите делитель n , если $391 : n = 21$ (ост. 13).
- 6*. Найдите наименьшее натуральное число, которое при делении на 8 даёт остаток 5, а при делении на 9 даёт остаток 2.

Вариант III

1. Вычислите: а) $378 + 4359$; б) $4325 - 3179$; в) $6541 - 5689$.
2. Вычислите: а) $74 \cdot 67$; б) $4300 \cdot 18$; в) $235 \cdot 408$.
3. Вычислите: а) $810 : 54$; б) $1728 : 36$; в) $7511 : 37$.
4. Выполните деление с остатком и укажите остаток:
а) $4810 : 27$; б) $2999 : 29$; в) $2805 : 51$.
5. а) Найдите делимое m , если $m : 14 = 13$ (ост. 13).
б) Найдите делитель n , если $793 : n = 23$ (ост. 11).
- 6*. Найдите наименьшее натуральное число, которое при делении на 9 даёт остаток 7, а при делении на 10 даёт остаток 2.

Вариант IV

1. Вычислите: а) $487 + 3768$; б) $6435 - 4519$; в) $5543 - 5154$.
2. Вычислите: а) $76 \cdot 68$; б) $1800 \cdot 47$; в) $216 \cdot 308$.
3. Вычислите: а) $588 : 49$; б) $1715 : 35$; в) $7956 : 39$.
4. Выполните деление с остатком и укажите остаток:
а) $2323 : 32$; б) $6862 : 67$; в) $2838 : 43$.
5. а) Найдите делимое m , если $m : 15 = 14$ (ост. 14).
б) Найдите делитель n , если $785 : n = 24$ (ост. 17).
- 6*. Найдите наименьшее натуральное число, которое при делении на 7 даёт остаток 5, а при делении на 9 даёт остаток 4.

С—6

Задачи на нахождение двух чисел по их сумме и разности

Вариант I

1. В саду растёт 120 яблонь и груш. Яблонь на 40 больше, чем груш. Сколько деревьев каждого вида в саду?
2. Сумма двух чисел 445, а разность 223. Найдите эти числа.
3. В первой бригаде на 18 рабочих больше, чем во второй. Сколько рабочих надо перевести из первой бригады во вторую, чтобы рабочих в этих бригадах стало поровну?

- 4*. Даны три числа, сумма которых равна 222. Первое число больше второго на 5, а третье число меньше второго на 5. Найдите большее из этих трёх чисел.

Вариант II

1. На двух полках стоит 119 книг, причём на первой полке на 31 книгу больше, чем на второй. Сколько книг на каждой полке?
2. Сумма двух чисел 555, а разность 333. Найдите эти числа.
3. У брата на 40 р. больше, чем у сестры. Сколько рублей он может дать сестре, чтобы у них денег стало поровну?
- 4*. Даны три числа, сумма которых равна 333. Первое число больше второго на 6, а третье число меньше второго на 6. Найдите меньшее из этих трёх чисел.

Вариант III

1. В санатории отдыхают 329 человек. Мужчин на 37 меньше, чем женщин. Сколько мужчин и сколько женщин отдыхает в санатории?
2. Сумма двух чисел 832, а разность 142. Найдите эти числа.
3. Когда из первой бригады во вторую перевели 10 рабочих, в этих бригадах рабочих стало поровну. На сколько рабочих больше было в первой бригаде, чем во второй, первоначально?
- 4*. Даны три числа, сумма которых равна 453. Первое число больше второго на 7, а третье число меньше второго на 7. Найдите большее из этих трёх чисел.

Вариант IV

1. За два дня туристы проехали 340 км. Длина их пути в первый день на 32 км меньше, чем во второй. Сколько километров проехали туристы в каждый из дней?
2. Сумма двух чисел 722, а разность 214. Найдите эти числа.
3. Когда брат дал сестре 30 р., денег у них стало поровну. На сколько рублей больше было у брата, чем у сестры, первоначально?
- 4*. Даны три числа, сумма которых равна 543. Первое число больше второго на 8, а третье число меньше второго на 8. Найдите меньшее из этих трёх чисел.

Вариант I

1. С помощью угольника и линейки начертите параллельные прямые AB и MN .
2. Начертите луч AB , отметьте на нём точку C так, чтобы расстояние AC было равно 3 см.
3. Выразите в миллиметрах:
а) 34 см; б) 26 дм; в) 3 м 4 см.
4. Сколько отрезков изображено на рисунке 17? Выпишите названия всех отрезков.
- 5*. Определите, сколько отрезков с концами в отмеченных точках изображено на рисунке 18.



Рис. 17

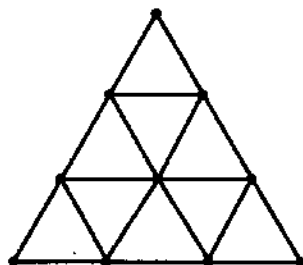


Рис. 18

Вариант II

1. С помощью угольника и линейки начертите параллельные прямые MN и CD .
2. Начертите луч AB , отметьте на нём точку C так, чтобы расстояние AC было равно 4 см.
3. Выразите в миллиметрах:
а) 53 см; б) 32 дм; в) 4 м 3 см.
4. Сколько отрезков изображено на рисунке 19? Выпишите названия всех отрезков.
- 5*. Определите, сколько отрезков с концами в отмеченных точках изображено на рисунке 20.

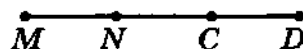


Рис. 19

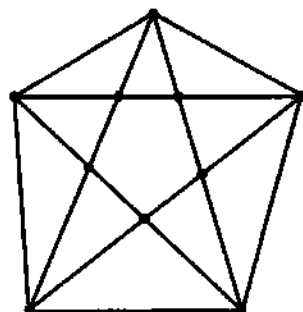


Рис. 20

Вариант III

1. Постройте прямую AB и точку M , не лежащую на этой прямой. С помощью угольника и линейки начертите прямую MN , параллельную прямой AB .
2. Начертите луч AB , отметьте на нём точку C так, чтобы расстояние AC было равно 5 см.



Рис. 21

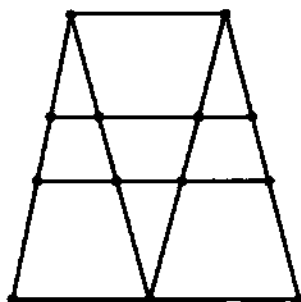


Рис. 22

3. Выразите в миллиметрах:
а) 35 см; б) 28 дм; в) 6 м 9 см.
4. Сколько отрезков изображено на рисунке 21? Выпишите названия всех отрезков.
- 5*. Определите, сколько отрезков с концами в отмеченных точках изображено на рисунке 22.

Вариант IV

1. Постройте прямую CD и точку K , не лежащую на этой прямой. С помощью угольника и линейки начертите прямую KN , параллельную прямой CD .

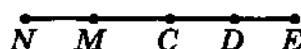


Рис. 23

2. Начертите луч AB , отметьте на нём точку C так, чтобы расстояние AC было равно 6 см.
3. Выразите в миллиметрах:
а) 87 см; б) 43 дм; в) 9 м 6 см.
4. Сколько отрезков изображено на рисунке 23? Выпишите названия всех отрезков.
- 5*. Определите, сколько отрезков с концами в отмеченных точках изображено на рисунке 24.

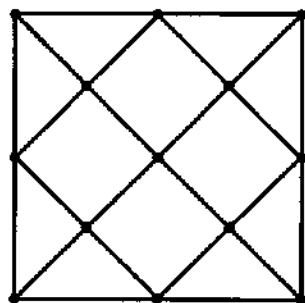


Рис. 24

С—8

Углы, треугольники, многоугольники

Вариант I

1. Постройте угол ABC , содержащий 80° . С помощью транспортира разделите угол на две равные части.
2. Начертите равнобедренный тупоугольный треугольник.

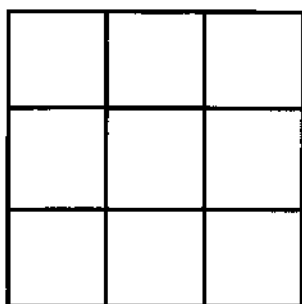


Рис. 25

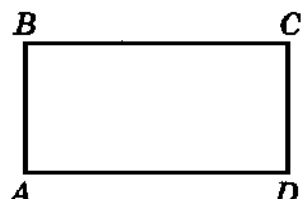


Рис. 26

3. Сколько квадратов изображено на рисунке 25?
4. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются вершины прямоугольника $ABCD$ (рис. 26)?
- 5*. Внутри острого угла из его вершины провели четыре луча. Сколько новых углов образовалось внутри данного угла?

Вариант II

1. Постройте угол ABC , содержащий 120° . С помощью транспортира разделите угол на две равные части.
2. Начертите равнобедренный остроугольный треугольник.
3. Сколько квадратов изображено на рисунке 27?
4. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются вершины четырёхугольника $ABCD$ (рис. 28)?

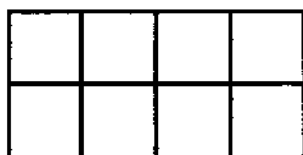


Рис. 27

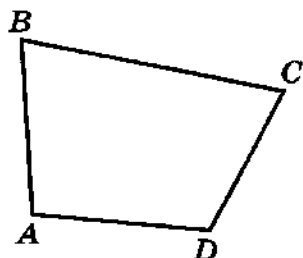


Рис. 28

- 5*. Внутри острого угла из его вершины провели пять лучей. Сколько новых углов образовалось внутри данного угла?

Вариант III

1. Постройте угол ABC , содержащий 100° . С помощью транспортира разделите угол на четыре равные части.
2. Начертите равнобедренный прямоугольный треугольник.

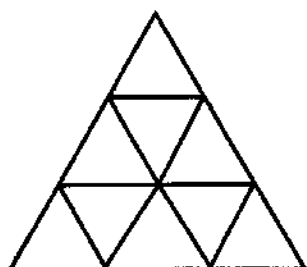


Рис. 29

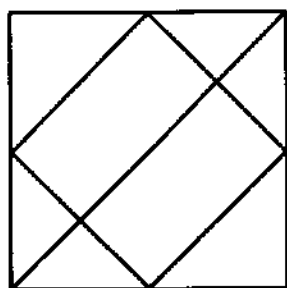


Рис. 30

3. Сколько треугольников изображено на рисунке 29?
4. Сколько прямоугольных треугольников изображено на рисунке 30?
- 5*. Внутри тупого угла из его вершины провели шесть лучей. Сколько новых углов образовалось внутри данного угла?

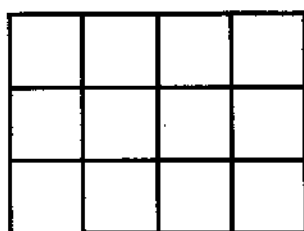


Рис. 31

Вариант IV

1. Постройте угол ABC , содержащий 130° . С помощью транспортира разделите угол на четыре равные части.
2. Начертите неравносторонний прямоугольный треугольник.
3. Сколько квадратов изображено на рисунке 31?
4. Сколько прямоугольных треугольников изображено на рисунке 32?

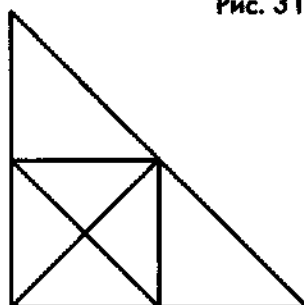


Рис. 32

- 5*. Внутри тупого угла из его вершины провели семь лучей. Сколько новых углов образовалось внутри данного угла?

С—9 Периметр и площадь прямоугольника. Объём прямоугольного параллелепипеда

Вариант I

1. Стороны прямоугольника равны 12 см и 15 см. Вычислите его: а) периметр; б) площадь.
2. Три измерения прямоугольного параллелепипеда равны 3 см, 4 см, 5 см. Вычислите: а) объём прямоугольного параллелепипеда; б) сумму площадей всех его граней.

3. Вычислите периметр шестиугольника (рис. 33).

4*. Стороны квадрата увеличили в 3 раза. Во сколько раз увеличилась площадь квадрата?

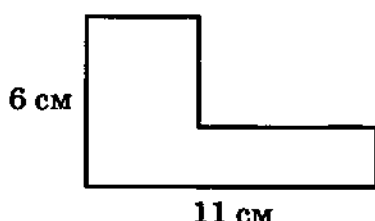


Рис. 33

Вариант II

1. Стороны прямоугольника равны 14 см и 15 см. Вычислите его: а) периметр; б) площадь.

2. Три измерения прямоугольного параллелепипеда равны 3 см, 2 см, 6 см. Вычислите:

а) объём прямоугольного параллелепипеда;

б) сумму площадей всех его граней.

3. Вычислите периметр шестиугольника (рис. 34).

4*. Стороны квадрата увеличили в 4 раза. Во сколько раз увеличилась площадь квадрата?

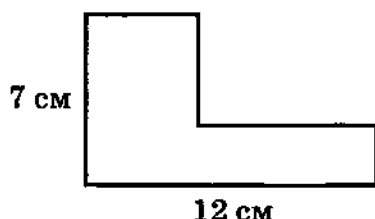


Рис. 34

Вариант III

1. Стороны прямоугольника равны 16 см и 25 см. Вычислите его: а) периметр; б) площадь.

2. Три измерения прямоугольного параллелепипеда равны 6 см, 5 см, 4 см. Вычислите:

а) объём прямоугольного параллелепипеда;

б) сумму площадей всех его граней.

3. Вычислите периметр восьмиугольника (рис. 35).

4*. Стороны прямоугольника увеличили в 3 раза. Во сколько раз увеличилась площадь прямоугольника?

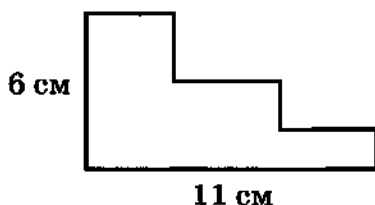


Рис. 35

Вариант IV

1. Стороны прямоугольника равны 12 см и 25 см. Вычислите его: а) периметр; б) площадь.

2. Три измерения прямоугольного параллелепипеда равны 5 см, 7 см, 6 см. Вычислите:
а) объём прямоугольного параллелепипеда;
б) сумму площадей всех его граней.

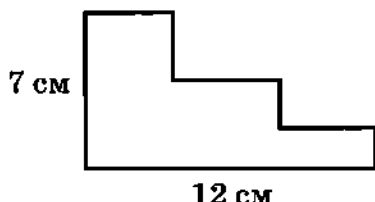


Рис. 36

3. Вычислите периметр восьмиугольника (рис. 36).
4*. Стороны прямоугольника увеличили в 4 раза. Во сколько раз увеличилась площадь прямоугольника?

С—10

Задачи на движение по реке

Вариант I

1. Скорость моторной лодки в стоячей воде 15 км/ч, а скорость течения реки 3 км/ч. Сколько времени потратит моторная лодка на движение от одной пристани до другой и обратно, если расстояние между пристанями 36 км?
2. Перечертите таблицу и заполните её, вычислив по заданным скоростям остальные скорости.

Собств. скор.	Скор. теч.	Скор. по теч.	Скор. пр. теч.
12 км/ч	3 км/ч		
14 км/ч		16 км/ч	
22 км/ч			19 км/ч
	4 км/ч	28 км/ч	
	3 км/ч		25 км/ч
		29 км/ч	25 км/ч

- 3*. Скорость моторной лодки по течению равна 45 км/ч, а скорость этой лодки против течения равна 39 км/ч. Во сколько раз собственная скорость лодки больше скорости течения реки?

Вариант II

1. Скорость моторной лодки в стоячей воде 10 км/ч, а скорость течения реки 2 км/ч. Сколько времени потратит моторная лодка на движение от одной пристани до другой и обратно, если расстояние между пристанями 24 км?

2. Перечертите таблицу и заполните её, вычислив по заданным скоростям остальные скорости.

Собств. скор.	Скор. теч.	Скор. по теч.	Скор. пр. теч.
13 км/ч	4 км/ч		
12 км/ч		14 км/ч	
21 км/ч			16 км/ч
	3 км/ч	27 км/ч	
	2 км/ч		23 км/ч
		24 км/ч	20 км/ч

- 3*. Скорость моторной лодки по течению равна 48 км/ч, а скорость этой лодки против течения равна 42 км/ч. Во сколько раз собственная скорость лодки больше скорости течения реки?

Вариант III

1. Скорость катера в стоячей воде 25 км/ч, а скорость течения реки 5 км/ч. Сколько времени потратит катер на движение от одной пристани до другой и обратно, если расстояние между пристанями 60 км?
2. Перечертите таблицу и заполните её, вычислив по заданным скоростям остальные скорости.

Собств. скор.	Скор. теч.	Скор. по теч.	Скор. пр. теч.
17 км/ч	3 км/ч		
16 км/ч		22 км/ч	
25 км/ч			21 км/ч
	3 км/ч	29 км/ч	
	4 км/ч		27 км/ч
		32 км/ч	26 км/ч

- 3*. Скорость катера против течения равна 32 км/ч, а скорость этого катера по течению равна 40 км/ч. Во сколько раз собственная скорость катера больше скорости течения реки?

Вариант IV

1. Скорость катера в стоячей воде 30 км/ч, а скорость течения реки 6 км/ч. Сколько времени потратит катер на движение от одной пристани до другой и обратно, если расстояние между пристанями 72 км?

2. Перечертите таблицу и заполните её, вычислив по заданным скоростям остальные скорости.

Собств. скор.	Скор. теч.	Скор. по теч.	Скор. пр. теч.
14 км/ч	2 км/ч		
22 км/ч		26 км/ч	
20 км/ч			16 км/ч
	4 км/ч	28 км/ч	
	5 км/ч		28 км/ч
		33 км/ч	25 км/ч

- 3*. Скорость катера против течения равна 36 км/ч, а скорость этого катера по течению равна 44 км/ч. Во сколько раз собственная скорость катера больше скорости течения реки?

С—11

Задачи на движение

Вариант I

1. Почтальон прошёл расстояние между сёлами за 4 ч со скоростью 5 км/ч, а обратно он возвращался на велосипеде со скоростью 10 км/ч. Определите время, которое почтальон потратил на обратный путь.
2. Два пешехода одновременно отправились навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 36 км. Через сколько часов они встретятся, если скорость первого 4 км/ч, а скорость второго 5 км/ч?
- 3*. Мотоциклист и велосипедист одновременно отправились из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 90 км. Скорость велосипедиста 10 км/ч, скорость мотоциклиста 45 км/ч. Ровно на середине дороги мотоцикл заглох, и дальше мотоциклист шёл пешком со скоростью 3 км/ч. Через сколько часов после начала движения велосипедист догонит мотоциклиста?

Вариант II

1. Почтальон прошёл расстояние между сёлами за 3 ч со скоростью 4 км/ч, а обратно он возвращался на велосипеде со скоростью 6 км/ч. Определите время, которое почтальон потратил на обратный путь.

2. Два пешехода одновременно отправились навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 28 км. Через сколько часов они встретятся, если скорость первого 4 км/ч, а скорость второго 3 км/ч?
- 3*. Мотоциклист и велосипедист одновременно отправились из пункта *A* в пункт *B*, расстояние между которыми 80 км. Скорость велосипедиста 10 км/ч, скорость мотоциклиста 40 км/ч. Ровно на середине дороги мотоцикл заглох, и дальше мотоциклист шёл пешком со скоростью 4 км/ч. Через сколько часов после начала движения велосипедист догонит мотоциклиста?

Вариант III

1. Почтальон проехал на велосипеде расстояние между сёлами за 2 ч со скоростью 12 км/ч, а обратно он возвращался пешком со скоростью 4 км/ч. Определите время, которое почтальон потратил на весь путь.
2. Велосипедист отправился догонять пешехода, когда расстояние между ними составляло 27 км. Через сколько часов он догонит пешехода, если скорость велосипедиста 14 км/ч, а скорость пешехода 5 км/ч?
- 3*. Мотоциклист и велосипедист одновременно отправились навстречу друг другу из пунктов *A* и *B*, расстояние между которыми 80 км. Скорость велосипедиста 10 км/ч, скорость мотоциклиста 40 км/ч. Ровно на середине дороги мотоцикл заглох, и дальше мотоциклист шёл пешком со скоростью 5 км/ч. Через сколько часов после начала движения велосипедист встретит мотоциклиста?

Вариант IV

1. Почтальон проехал на велосипеде расстояние между сёлами за 3 ч со скоростью 10 км/ч, а обратно он возвращался пешком со скоростью 5 км/ч. Определите время, которое почтальон потратил на весь путь.
2. Велосипедист отправился догонять пешехода, когда расстояние между ними составляло 36 км. Через сколько часов он догонит пешехода, если скорость велосипедиста 16 км/ч, а скорость пешехода 4 км/ч?
- 3*. Мотоциклист и велосипедист одновременно отправились навстречу друг другу из пунктов *A* и *B*, расстояние между которыми 90 км. Скорость велосипедиста 9 км/ч, скорость мотоциклиста 45 км/ч. Ровно на середине дороги

мотоцикл заглох, и дальше мотоциклист шёл пешком со скоростью 3 км/ч. Через сколько часов после начала движения велосипедист догонит мотоциклиста?

С-12

Делимость чисел

Вариант I

1. Из чисел 345, 657, 3321 выберите числа, делящиеся на 9.
2. Выпишите все делители числа 112.
3. Найдите НОК (45, 15) и НОД (45, 15).
4. Разложите число 120 на простые множители.
5. Вместо звёздочек поставьте цифры так, чтобы число $8*7*$ делилось на 6. Выпишите все такие числа.
- 6*. Сколько делителей имеет число 300?

Вариант II

1. Из чисел 403, 738, 2232 выберите числа, делящиеся на 3.
2. Выпишите все делители числа 126.
3. Найдите НОК (64, 32) и НОД (64, 32).
4. Разложите число 140 на простые множители.
5. Вместо звёздочек поставьте цифры так, чтобы число $5*9*$ делилось на 6. Выпишите все такие числа.
- 6*. Сколько делителей имеет число 450?

Вариант III

1. Из чисел 783, 738, 2232, 2223 выберите числа, делящиеся на 6.
2. Выпишите все делители числа 250.
3. Найдите НОК (48, 96) и НОД (48, 96).
4. Разложите число 240 на простые множители.
5. Вместо звёздочек поставьте цифры так, чтобы число $4*9*$ делилось на 18. Выпишите все такие числа.
- 6*. Сколько делителей имеет число 600?

Вариант IV

1. Из чисел 405, 504, 3366, 6363 выберите числа, делящиеся на 18.
2. Выпишите все делители числа 230.
3. Найдите НОК (49, 98) и НОД (49, 98).

4. Разложите число 250 на простые множители.
5. Вместо звёздочек поставьте цифры так, чтобы число $3*9*$ делилось на 6. Выпишите все такие числа.
- 6*. Сколько делителей имеет число 900?

С—13

Понятие дроби

Вариант I

1. Вася задумал число 28. Найдите $\frac{4}{7}$ задуманного числа.
2. Вера прочитала 20 книг, это составило $\frac{2}{5}$ числа её книг. Сколько книг у Веры?
3. Продано $\frac{3}{4}$ от имевшихся 60 кг конфет. Сколько килограммов конфет осталось продать?
- 4*. Из 480 учащихся школы $\frac{1}{20}$ отмечает свой день рождения в январе, а $\frac{1}{19}$ оставшихся учащихся — в феврале. Сколько учащихся школы отмечают свой день рождения в другие месяцы?

Вариант II

1. У Васи 40 книг. Он прочитал $\frac{5}{8}$ всех своих книг. Сколько книг прочитал Вася?
2. Маша задумала число, $\frac{3}{4}$ которого равны 24. Какое число задумала Маша?
3. Пройдено $\frac{3}{5}$ от 60 км. Сколько километров осталось пройти?
- 4*. Из 456 учащихся школы $\frac{1}{19}$ отмечает свой день рождения в феврале, а $\frac{1}{18}$ оставшихся учащихся — в марте. Сколько учащихся школы отмечают свой день рождения в другие месяцы?

Вариант III

1. В классе 28 учащихся, девочки составляют $\frac{4}{7}$ числа всех учащихся класса. Сколько мальчиков в классе?

2. Надя задумала число, нашла $\frac{3}{5}$ этого числа, и получилось 30. Какое число она задумала?
3. Токарю за смену надо обточить 45 деталей. До обеда он обточил $\frac{3}{5}$ от числа всех деталей. Сколько деталей ему осталось обточить после обеда?
- 4*. Из 630 сотрудников фирмы $\frac{2}{9}$ имеют отпуск в августе, а $\frac{2}{7}$ оставшихся сотрудников — в сентябре. Сколько сотрудников этой фирмы имеют отпуск в другие месяцы?

Вариант IV

1. Бригаде за смену надо расклеить 60 афиш. До обеда расклеили $\frac{5}{12}$ всех афиш. Сколько афиш осталось расклеить бригаде после обеда?
2. Федя задумал число, $\frac{3}{7}$ которого равны 21. Какое число задумал Федя?
3. Дорожные рабочие заасфальтировали $\frac{5}{7}$ от 35 км дороги. Сколько километров дороги им осталось заасфальтировать?
- 4*. Из 660 сотрудников фирмы $\frac{2}{11}$ имеют отпуск в июле, а $\frac{2}{9}$ оставшихся сотрудников — в августе. Сколько сотрудников этой фирмы имеют отпуск в другие месяцы?

C—14

Основное свойство дроби

Вариант I

1. Сократите дробь: а) $\frac{36}{48}$; б) $\frac{40}{64}$; в) $\frac{4 \cdot 15}{5 \cdot 16}$.
2. а) Приведите дробь $\frac{2}{3}$ к знаменателю 15.
б) Можно ли дробь $\frac{1}{3}$ привести к знаменателю 1234?

3. Приведите дроби к общему знаменателю:

а) $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{12}$; б) $\frac{3}{16}$ и $\frac{5}{12}$.

4*. Сократите дробь $\frac{132132}{312312}$.

Вариант II

1. Сократите дробь: а) $\frac{42}{49}$; б) $\frac{30}{75}$; в) $\frac{5 \cdot 12}{6 \cdot 20}$.

2. а) Приведите дробь $\frac{2}{3}$ к знаменателю 18.

б) Можно ли дробь $\frac{1}{9}$ привести к знаменателю 4321?

3. Приведите дроби к общему знаменателю:

а) $\frac{1}{7}$ и $\frac{1}{14}$; б) $\frac{5}{12}$ и $\frac{4}{15}$.

4*. Сократите дробь $\frac{123123}{321321}$.

Вариант III

1. Сократите дробь: а) $\frac{48}{72}$; б) $\frac{42}{54}$; в) $\frac{26 \cdot 17}{51 \cdot 39}$.

2. а) Приведите дробь $\frac{3}{4}$ к знаменателю 24.

б) Можно ли дробь $\frac{2}{3}$ привести к знаменателю 2345?

3. Приведите дроби к общему знаменателю:

а) $\frac{2}{15}$ и $\frac{7}{45}$; б) $\frac{9}{32}$ и $\frac{5}{24}$.

4*. Сократите дробь $\frac{342342}{432432}$.

Вариант IV

1. Сократите дробь: а) $\frac{45}{54}$; б) $\frac{32}{72}$; в) $\frac{27 \cdot 23}{69 \cdot 81}$.

2. а) Приведите дробь $\frac{5}{9}$ к знаменателю 27.

б) Можно ли дробь $\frac{1}{9}$ привести к знаменателю 5432?

3. Приведите дроби к общему знаменателю:

а) $\frac{3}{8}$ и $\frac{3}{16}$; б) $\frac{7}{36}$ и $\frac{5}{24}$.

4*. Сократите дробь $\frac{234234}{324324}$.

С—15

Сравнение обыкновенных дробей

Вариант I

1. Сравните дроби: а) $\frac{3}{7}$ и $\frac{4}{7}$; б) $\frac{9}{10}$ и $\frac{3}{5}$; в) $\frac{4}{15}$ и $\frac{4}{25}$; г) $\frac{3}{5}$ и $\frac{5}{7}$.

2. а) Расположите числа $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{3}$, 1 в порядке возрастания.

б) Расположите числа $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{7}$, 1 в порядке убывания.

3. Укажите какую-либо дробь, большую $\frac{1}{5}$, но меньшую $\frac{1}{4}$.

4*. Натуральные числа a и b таковы, что $\frac{a}{b} < 1$. Докажите, что дробь $\frac{a+b}{2b}$ больше дроби $\frac{a}{b}$.

Вариант II

1. Сравните дроби: а) $\frac{3}{5}$ и $\frac{2}{5}$; б) $\frac{8}{9}$ и $\frac{2}{3}$; в) $\frac{5}{18}$ и $\frac{5}{12}$; г) $\frac{5}{8}$ и $\frac{2}{3}$.

2. а) Расположите числа $\frac{3}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, 1 в порядке возрастания.

б) Расположите числа $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{6}$, 1 в порядке убывания.

3. Укажите какую-либо дробь, большую $\frac{1}{4}$, но меньшую $\frac{1}{3}$.

4*. Натуральные числа a и b таковы, что $\frac{a}{b} < 1$. Докажите, что дробь $\frac{2a}{a+b}$ больше дроби $\frac{a}{b}$.

Вариант III

1. Сравните дроби: а) $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{8}$; б) $\frac{7}{12}$ и $\frac{5}{6}$; в) $\frac{9}{16}$ и $\frac{11}{24}$; г) $\frac{4}{5}$ и $\frac{5}{6}$.

2. а) Расположите числа $\frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{4}, 1$ в порядке возрастания.
 б) Расположите числа $\frac{1}{8}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, 1$ в порядке убывания.
3. Укажите какую-либо дробь, большую $\frac{1}{6}$, но меньшую $\frac{1}{5}$.
- 4*. Натуральные числа a и b таковы, что $\frac{a}{b} < 1$. Докажите, что дробь $\frac{2a+b}{3b}$ больше дроби $\frac{a}{b}$.

Вариант IV

1. Сравните дроби:
 а) $\frac{3}{11}$ и $\frac{7}{11}$; б) $\frac{7}{9}$ и $\frac{2}{3}$; в) $\frac{7}{18}$ и $\frac{7}{24}$; г) $\frac{3}{8}$ и $\frac{2}{5}$.
2. а) Расположите числа $\frac{4}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}, 1$ в порядке возрастания.
 б) Расположите числа $\frac{1}{5}, \frac{1}{9}, \frac{1}{6}, 1$ в порядке убывания.
3. Укажите какую-либо дробь, большую $\frac{1}{7}$, но меньшую $\frac{1}{6}$.
- 4*. Натуральные числа a и b таковы, что $\frac{a}{b} < 1$. Докажите, что дробь $\frac{3a}{a+2b}$ больше дроби $\frac{a}{b}$.

C-16 Сложение и вычитание обыкновенных дробей

Вариант I

1. Вычислите:
 а) $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}$; б) $\frac{2}{7} + \frac{1}{3}$; в) $\frac{3}{4} + \frac{5}{12}$; г) $\frac{2}{25} + \frac{1}{20}$;
 д) $\frac{3}{7} - \frac{2}{7}$; е) $\frac{11}{12} - \frac{2}{3}$; ж) $\frac{2}{3} - \frac{5}{9}$; з) $\frac{5}{21} - \frac{3}{14}$.
2. Вычислите:
 а) $\frac{2}{15} + \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{3}\right)$; б) $\frac{1}{20} + \frac{2}{15} + \frac{3}{20} + \frac{1}{15}$; в) $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{17}{12}$.
- 3*. Дроби с числителем 1 называют аликвотными дробями. Представьте дробь $\frac{1}{13}$ в виде суммы двух различных аликвотных дробей.

Вариант II

1. Вычислите:

а) $\frac{5}{7} + \frac{1}{7}$; б) $\frac{3}{5} + \frac{1}{6}$; в) $\frac{7}{15} + \frac{1}{3}$; г) $\frac{1}{20} + \frac{2}{15}$;
д) $\frac{5}{8} - \frac{2}{8}$; е) $\frac{8}{9} - \frac{1}{2}$; ж) $\frac{3}{4} - \frac{5}{16}$; з) $\frac{7}{22} - \frac{2}{33}$.

2. Вычислите:

а) $\frac{1}{16} + \left(\frac{3}{16} + \frac{1}{4} \right)$; б) $\frac{1}{12} + \frac{1}{18} + \frac{5}{18} + \frac{3}{12}$; в) $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{23}{20}$.

3*. Дроби с числителем 1 называют аликвотными дробями.

Представьте дробь $\frac{1}{17}$ в виде суммы двух различных аликвотных дробей.

Вариант III

1. Вычислите:

а) $\frac{5}{11} + \frac{1}{11}$; б) $\frac{3}{7} + \frac{1}{4}$; в) $\frac{3}{5} + \frac{2}{15}$; г) $\frac{3}{25} + \frac{2}{15}$;
д) $\frac{3}{5} - \frac{2}{5}$; е) $\frac{11}{12} - \frac{3}{4}$; ж) $\frac{5}{8} - \frac{5}{9}$; з) $\frac{5}{21} - \frac{3}{28}$.

2. Вычислите:

а) $\frac{5}{12} + \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{4} \right)$; б) $\frac{1}{25} + \frac{3}{20} + \frac{4}{24} + \frac{1}{20}$; в) $\frac{3}{5} + \frac{5}{6} - \frac{7}{30}$.

3*. Дроби с числителем 1 называют аликвотными дробями.

Представьте дробь $\frac{1}{19}$ в виде суммы двух различных аликвотных дробей.

Вариант IV

1. Вычислите:

а) $\frac{7}{13} + \frac{1}{13}$; б) $\frac{3}{10} + \frac{1}{7}$; в) $\frac{9}{25} + \frac{2}{5}$; г) $\frac{1}{25} + \frac{3}{35}$;
д) $\frac{5}{7} - \frac{2}{7}$; е) $\frac{7}{9} - \frac{1}{4}$; ж) $\frac{7}{8} - \frac{5}{7}$; з) $\frac{7}{24} - \frac{7}{36}$.

2. Вычислите:

а) $\frac{1}{18} + \left(\frac{5}{18} + \frac{1}{3} \right)$; б) $\frac{4}{15} + \frac{7}{24} + \frac{5}{24} + \frac{1}{15}$; в) $\frac{5}{7} + \frac{4}{5} - \frac{23}{35}$.

3*. Дроби с числителем 1 называют аликвотными дробями.

Представьте дробь $\frac{1}{23}$ в виде суммы двух различных аликвотных дробей.

Вариант I

1. Вычислите:

а) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7}$; б) $\frac{4}{11} \cdot \frac{3}{4}$; в) $\frac{5}{7} \cdot \frac{14}{19}$; г) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$;

д) $\frac{4}{5} : \frac{3}{7}$; е) $\frac{15}{8} : \frac{5}{4}$; ж) $\frac{4}{9} : 2$; з) $6 : \frac{3}{5}$.

2. Вычислите:

а) $2 \cdot \left(\frac{14}{15} : \frac{2}{3}\right)$; б) $\frac{12}{11} : \frac{3}{4} \cdot \frac{11}{24}$; в) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5}$.

3*. Вычислите: $\left(\frac{1}{12} - \frac{1}{13}\right) : \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{14}\right) \cdot \left(\frac{1}{14} - \frac{1}{15}\right) : \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{16}\right)$.

Вариант II

1. Вычислите:

а) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$; б) $\frac{3}{7} \cdot \frac{7}{8}$; в) $\frac{11}{12} \cdot \frac{8}{9}$; г) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$;

д) $\frac{2}{3} : \frac{5}{7}$; е) $\frac{9}{16} : \frac{3}{2}$; ж) $\frac{3}{4} : 4$; з) $3 : \frac{9}{8}$.

2. Вычислите:

а) $2 \cdot \left(\frac{12}{25} : \frac{6}{5}\right)$; б) $\frac{14}{15} : \frac{2}{3} \cdot \frac{10}{21}$; в) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6}$.

3*. Вычислите: $\left(\frac{1}{14} - \frac{1}{15}\right) : \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{16}\right) \cdot \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{17}\right) : \left(\frac{1}{17} - \frac{1}{18}\right)$.

Вариант III

1. Вычислите:

а) $\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{5}$; б) $\frac{5}{9} \cdot \frac{2}{5}$; в) $\frac{6}{7} \cdot \frac{21}{22}$; г) $\left(\frac{3}{4}\right)^3$;

д) $\frac{3}{5} : \frac{4}{7}$; е) $\frac{25}{24} : \frac{15}{16}$; ж) $\frac{6}{7} : 3$; з) $8 : \frac{4}{5}$.

2. Вычислите:

а) $\frac{4}{5} \cdot \left(\frac{15}{16} : \frac{3}{4}\right)$; б) $\frac{15}{23} : \frac{5}{6} \cdot \frac{23}{24}$; в) $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7}$.

3*. Вычислите: $\left(\frac{1}{13} - \frac{1}{14}\right) : \left(\frac{1}{14} - \frac{1}{15}\right) \cdot \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{16}\right) : \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{17}\right)$.

Вариант IV

1. Вычислите:

а) $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5}$; б) $\frac{4}{7} \cdot \frac{5}{8}$; в) $\frac{11}{15} \cdot \frac{5}{9}$; г) $\left(\frac{4}{5}\right)^2$;
д) $\frac{2}{3} : \frac{7}{11}$; е) $\frac{12}{25} : \frac{4}{5}$; ж) $\frac{5}{8} : 4$; з) $6 : \frac{3}{8}$.

2. Вычислите:

а) $\frac{15}{16} \cdot \left(\frac{24}{25} : \frac{9}{10}\right)$; б) $\frac{14}{15} : \frac{7}{5} \cdot \frac{9}{10}$; в) $\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{8}$.

3*. Вычислите: $\left(\frac{1}{15} - \frac{1}{16}\right) : \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{17}\right) \cdot \left(\frac{1}{17} - \frac{1}{18}\right) : \left(\frac{1}{18} - \frac{1}{19}\right)$.

С-18

Задачи на дроби

Вариант I

1. Пройдено $\frac{3}{4}$ намеченного пути, и осталось пройти 12 км. Сколько километров намечено пройти?
2. У девочки было 36 р. Она потратила $\frac{1}{3}$ этой суммы и $\frac{1}{3}$ остатка. Сколько денег у неё осталось?
3. Найдите $\frac{2}{3}$ от $\frac{3}{5}$ числа 30.
4. Известно, что $\frac{2}{3}$ от $\frac{3}{5}$ числа равны 30. Найдите число.
- 5*. Мальчик вчера прочитал $\frac{1}{2}$ книги, а сегодня — $\frac{3}{4}$ остатка. Ему осталось прочитать 15 страниц. Сколько всего страниц в книге?

Вариант II

1. Продано $\frac{3}{5}$ имевшихся конфет, и осталось продать 30 кг. Сколько килограммов конфет было до продажи?
2. В секции 48 спортсменов, $\frac{2}{3}$ их числа приняли участие в соревнованиях, а $\frac{1}{8}$ участников соревнований получили призы. Сколько спортсменов из секции получили призы?

3. Найдите $\frac{3}{4}$ от $\frac{4}{5}$ числа 60.
4. Известно, что $\frac{3}{4}$ от $\frac{4}{5}$ числа равны 60. Найдите число.
- 5*. Девочка вчера прочитала $\frac{1}{3}$ книги, а сегодня — $\frac{3}{4}$ остатка. Ей осталось прочитать 20 страниц. Сколько всего страниц в книге?

Вариант III

1. Сегодня цена ботинок на $\frac{1}{9}$ меньше вчерашней цены. Сколько стоили ботинки вчера, если сегодня они стоят 360 р.?
2. Израсходовали $\frac{1}{9}$ куска материи и $\frac{3}{4}$ остатка. Какая часть куска материи осталась неизрасходованной?
3. Когда прошли $\frac{1}{8}$ длины маршрута и $\frac{2}{7}$ остатка, то осталось пройти 40 км. Какова длина всего маршрута?
4. При путешествии на автомобиле было намечено в первый день проехать $\frac{1}{4}$ маршрута, во второй день — $\frac{1}{5}$ остатка, а в третий день — оставшиеся 300 км. Какой длины был намеченный маршрут?
- 5*. На первую покупку потратили $\frac{3}{4}$ имевшихся денег, на вторую — $\frac{1}{2}$ остатка. После двух покупок осталось 200 р. Сколько денег было первоначально?

Вариант IV

1. Сегодня цена ботинок на $\frac{1}{10}$ меньше вчерашней цены. Сколько стоили ботинки вчера, если сегодня они стоят 720 р.?
2. Прошли $\frac{1}{10}$ длины намеченного маршрута и $\frac{2}{3}$ остатка. Какую часть длины маршрута осталось пройти?
3. Когда прочитали $\frac{1}{8}$ книги и $\frac{4}{5}$ остатка, то осталось прочитать 21 страницу. Сколько страниц в книге?

4. Три пирата откопали на острове сокровищ кувшин с золотыми монетами. Первый взял себе $\frac{1}{3}$ всех золотых, $\frac{1}{2}$ остатка дал второму, а оставшиеся 10 золотых забрал третий пират. Сколько золотых монет нашли пираты?
- 5*. На первую покупку потратили $\frac{2}{5}$ имевшихся денег, на вторую — $\frac{1}{3}$ остатка. После двух покупок осталось 200 р. Сколько денег было первоначально?

С—19*

Сложные задачи на дроби

Вариант I

1. В нашем классе каждый ученик поёт в хоре или занимается спортом. Половина класса поёт в хоре, а $\frac{2}{3}$ класса занимается спортом. Какая часть учащихся нашего класса:
- а) поёт в хоре, но не занимается спортом;
 - б) не поёт в хоре, но занимается спортом;
 - в) и поёт в хоре, и занимается спортом?
2. Среди моих знакомых есть любители кошек и любители собак. Причём число любителей и кошек, и собак составляет $\frac{1}{2}$ числа тех, кто любит собак, и $\frac{1}{3}$ числа тех, кто любит кошек. Кого среди моих знакомых больше: любителей кошек или любителей собак?
- 3*. В клубе коллекционеров состоят коллекционеры марок и монет. $\frac{3}{4}$ членов клуба собирают монеты, $\frac{2}{3}$ членов клуба собирают марки, а 10 членов клуба собирают и марки, и монеты. Сколько членов в этом клубе?

Вариант II

1. Все учащиеся нашего класса на каникулах ходили в кино или в театр. Половина класса ходила в кино, а $\frac{3}{4}$ класса — в театр. Какая часть учащихся нашего класса на каникулах:
- а) ходила в кино, но не ходила в театр;
 - б) не ходила в кино, но ходила в театр;
 - в) ходила и в кино, и в театр?

2. Среди моих знакомых есть коллекционеры марок и коллекционеры значков. Причём число коллекционеров и марок, и значков составляет $\frac{1}{4}$ числа тех, кто коллекционирует марки, и $\frac{1}{3}$ числа тех, кто коллекционирует значки. Кого среди моих знакомых больше: коллекционеров марок или коллекционеров значков?
- 3*. В клубе «Наши друзья» состоят любители кошек и собак. $\frac{4}{5}$ членов клуба любят кошек, $\frac{2}{3}$ — собак, а 14 членов клуба любят и кошек, и собак. Сколько членов в этом клубе?

Вариант III

1. Все мои друзья весёлые или находчивые. Весёлые составляют $\frac{2}{3}$ числа моих друзей, а находчивые — $\frac{3}{4}$. Какую часть числа моих друзей составляют:
- а) весёлые, но ненаходчивые;
 - б) невесёлые, но находчивые;
 - в) и весёлые, и находчивые?
2. В нашем классе любители и мороженого, и лимонада составляют $\frac{4}{5}$ числа любителей мороженого и $\frac{5}{6}$ числа любителей лимонада. Кого в нашем классе больше: любителей мороженого или любителей лимонада?
- 3*. В клубе «Футбол-хоккей» состоят футбольные и хоккейные болельщики. $\frac{5}{6}$ членов клуба болеют за футбольные команды, $\frac{3}{4}$ — за хоккейные команды, а 14 членов клуба болеют и за футбольные, и за хоккейные команды. Сколько членов в этом клубе?

Вариант IV

1. Все мои друзья старательные или аккуратные. Старательные составляют $\frac{3}{4}$ числа моих друзей, а аккуратные — $\frac{4}{5}$. Какую часть числа моих друзей составляют:
- а) старательные, но неаккуратные;
 - б) нестарательные, но аккуратные;
 - в) и старательные, и аккуратные?

2. В нашей школе любители и футбола, и хоккея составляют $\frac{3}{4}$ числа любителей футбола и $\frac{2}{3}$ числа любителей хоккея. Кого в нашей школе больше: любителей футбола или любителей хоккея?
- 3*. Все участники драмкружка выступили в двух спектаклях: $\frac{4}{5}$ из них выступили в первом спектакле, $\frac{1}{2}$ — во втором, а 6 участников драмкружка выступили и в первом, и во втором спектаклях. Сколько участников в драмкружке?

С—20

Задачи на совместную работу

Вариант I

1. Первая бригада может выполнить задание за 21 ч, а вторая — за 28 ч. Какую часть задания выполняют бригады за 1 ч совместной работы?
2. Через первую трубу бак наполняется за 45 мин, а через вторую — за 36 мин. За сколько минут наполнится бак через обе эти трубы?
3. Первая бригада может выполнить задание за 20 дней, а вторая — за 25 дней. За сколько дней бригады выполняют задание при совместной работе?
- 4*. Мама может убрать квартиру за 30 мин, а Катя — за 45 мин. Известно, что если они работают вместе, то производительность их труда повышается на $\frac{1}{8}$. За сколько минут совместной работы они уберут квартиру?

Вариант II

1. Через первую трубу бассейн наполняется за 40 мин, а через вторую — за 60 мин. Какую часть бассейна наполняют обе трубы за 1 мин?
2. Первая бригада может выполнить задание за 16 ч, а вторая — за 48 ч. За сколько часов обе бригады выполняют это задание при совместной работе?
3. Через первую трубу бак наполняется за 30 мин, а через вторую — за 40 мин. За сколько минут бак наполнится через обе эти трубы?

- 4*. Коля может вскопать грядку за 45 мин, а папа — за 36 мин. Известно, что если они работают вместе, то производительность их труда повышается на $\frac{1}{9}$. За сколько минут совместной работы они вскопают грядку?

Вариант III

1. Первая бригада может выполнить задание за 30 дней, вторая — за 45 дней. За сколько дней совместной работы они выполняют это задание?
2. Через первую трубу бак наполняется за 15 мин. За сколько минут наполнится бак через вторую трубу, если две трубы вместе наполняют его за 10 мин?
3. Первая бригада может выполнить задание за 30 дней, вторая — за 50 дней. Успеют ли они при совместной работе выполнить задание за 19 дней?
- 4*. Маша может убрать класс за 40 мин, Даша — за 24 мин. Известно, что если они работают вместе, то производительность их труда понижается на $\frac{1}{6}$. За сколько минут совместной работы они уберут класс?

Вариант IV

1. Через первую трубу бассейн наполняется за 27 мин, а через вторую трубу — за 54 мин. За сколько минут наполнится бассейн через обе эти трубы?
2. Первая бригада может выполнить задание за 14 ч. За сколько часов вторая бригада может выполнить то же задание, если две бригады при совместной работе выполняют его за 10 ч?
3. Через первую трубу бак наполняется за 25 мин, а через вторую — за 40 мин. Наполнится ли бак за 15 мин, если открыть обе трубы?
- 4*. Вася может убрать класс за 42 мин, Петя — за 56 мин. Известно, что если они работают вместе, то производительность их труда понижается на $\frac{1}{5}$. За сколько минут совместной работы они уберут класс?

Вариант I

1. Запишите сумму в виде смешанной дроби:

а) $7 + \frac{1}{2}$; б) $2 + \frac{4}{9}$; в) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{5}{8}$.

2. Запишите смешанную дробь в виде суммы натурального числа и правильной дроби:

а) $4\frac{3}{5}$; б) $3\frac{2}{7}$.

3. Запишите неправильную дробь в виде смешанной дроби:

а) $\frac{13}{5}$; б) $\frac{36}{11}$.

4. Запишите смешанную дробь в виде неправильной дроби:

а) $5\frac{1}{4}$; б) $2\frac{2}{5}$.

5*. Сравните смешанные дроби:

а) $8\frac{12}{13}$ и $9\frac{1}{13}$; б) $9\frac{24}{36}$ и $9\frac{2}{3}$; в) $29\frac{2}{5}$ и $29\frac{3}{10}$.

Вариант II

1. Запишите сумму в виде смешанной дроби:

а) $3 + \frac{1}{3}$; б) $4 + \frac{2}{7}$; в) $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{7}{9}$.

2. Запишите смешанную дробь в виде суммы натурального числа и правильной дроби:

а) $3\frac{1}{2}$; б) $5\frac{4}{5}$.

3. Запишите неправильную дробь в виде смешанной дроби:

а) $\frac{16}{3}$; б) $\frac{35}{12}$.

4. Запишите смешанную дробь в виде неправильной дроби:

а) $3\frac{1}{3}$; б) $4\frac{3}{4}$.

5*. Сравните смешанные дроби:

а) $6\frac{1}{11}$ и $5\frac{10}{11}$; б) $7\frac{26}{39}$ и $7\frac{2}{3}$; в) $27\frac{4}{9}$ и $27\frac{7}{12}$.

Вариант III

1. Запишите сумму в виде смешанной дроби:

а) $8 + \frac{1}{3}$; б) $3 + \frac{5}{8}$; в) $\frac{3}{7} + \frac{4}{7} + \frac{3}{4}$.

2. Запишите смешанную дробь в виде суммы натурального числа и правильной дроби:

а) $5\frac{2}{5}$; б) $4\frac{3}{7}$.

3. Запишите неправильную дробь в виде смешанной дроби:

а) $\frac{15}{8}$; б) $\frac{49}{12}$.

4. Запишите смешанную дробь в виде неправильной дроби:

а) $4\frac{1}{3}$; б) $3\frac{3}{4}$.

5*. Сравните смешанные дроби:

а) $12\frac{19}{20}$ и $13\frac{1}{20}$; б) $19\frac{17}{34}$ и $19\frac{19}{38}$; в) $34\frac{24}{25}$ и $34\frac{25}{26}$.

Вариант IV

1. Запишите сумму в виде смешанной дроби:

а) $4 + \frac{1}{3}$; б) $5 + \frac{2}{7}$; в) $\frac{7}{8} + \frac{1}{8} + \frac{3}{5}$.

2. Запишите смешанную дробь в виде суммы натурального числа и правильной дроби:

а) $4\frac{1}{5}$; б) $7\frac{3}{5}$.

3. Запишите неправильную дробь в виде смешанной дроби:

а) $\frac{22}{3}$; б) $\frac{43}{15}$.

4. Запишите смешанную дробь в виде неправильной дроби:

а) $4\frac{2}{5}$; б) $6\frac{3}{4}$.

5*. Сравните смешанные дроби:

а) $13\frac{12}{13}$ и $12\frac{1}{13}$; б) $18\frac{14}{35}$ и $18\frac{18}{45}$; в) $35\frac{27}{28}$ и $35\frac{26}{27}$.

С—22 Сложение и вычитание смешанных дробей

Вариант I

1. Вычислите:

а) $5\frac{1}{2} + 1\frac{1}{6}$; б) $2\frac{4}{9} + 3\frac{1}{2}$; в) $5\frac{7}{12} + 1\frac{7}{8}$;

г) $6\frac{2}{5} - 1\frac{1}{10}$; д) $4\frac{5}{7} - 1\frac{2}{3}$; е) $3\frac{1}{2} - 1\frac{2}{3}$.

2. Вычислите: $15\frac{1}{2} - \left(6\frac{1}{4} + 2\frac{3}{8}\right)$.

3*. Вычислите: $\left(12\frac{13}{37} + 11\frac{11}{17}\right) + \left(13\frac{25}{37} + 14\frac{6}{17}\right)$.

Вариант II

1. Вычислите:

а) $4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{3}$; б) $6\frac{1}{8} + 2\frac{1}{3}$; в) $4\frac{2}{15} + 1\frac{9}{10}$;

г) $5\frac{4}{5} - 2\frac{3}{20}$; д) $4\frac{5}{6} - 2\frac{2}{5}$; е) $3\frac{1}{3} - 1\frac{3}{4}$.

2. Вычислите: $12\frac{1}{4} - \left(7\frac{1}{3} + 1\frac{1}{6}\right)$.

3*. Вычислите: $\left(14\frac{11}{27} + 10\frac{17}{29}\right) + \left(11\frac{17}{27} + 12\frac{12}{29}\right)$.

Вариант III

1. Вычислите:

а) $4\frac{1}{12} + 1\frac{1}{6}$; б) $2\frac{3}{5} + 3\frac{1}{3}$; в) $5\frac{14}{25} + 2\frac{7}{15}$;

г) $7\frac{3}{10} - 2\frac{4}{15}$; д) $4\frac{5}{8} - 2\frac{1}{3}$; е) $5\frac{3}{4} - 2\frac{4}{5}$.

2. Вычислите: $25\frac{1}{5} - \left(8\frac{3}{4} + 7\frac{1}{8}\right)$.

3*. Вычислите: $\left(25\frac{13}{27} + 12\frac{4}{19}\right) + \left(13\frac{15}{19} + 21\frac{5}{9}\right)$.

Вариант IV

1. Вычислите:

а) $5\frac{1}{6} + 3\frac{1}{18}$; б) $5\frac{1}{8} + 3\frac{2}{5}$; в) $3\frac{2}{25} + 4\frac{14}{15}$;

г) $7\frac{11}{15} - 3\frac{3}{20}$; д) $3\frac{5}{6} - 1\frac{4}{5}$; е) $6\frac{1}{2} - 2\frac{4}{5}$.

2. Вычислите: $12\frac{1}{4} - \left(3\frac{5}{12} + 5\frac{1}{6}\right)$.

3*. Вычислите: $\left(13\frac{22}{35} + 21\frac{5}{21}\right) + \left(12\frac{16}{21} + 24\frac{3}{7}\right)$.

С-23 Умножение и деление смешанных дробей

Вариант I

1. Вычислите:

а) $\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{3}$; б) $1\frac{1}{9} \cdot 3$; в) $1\frac{1}{9} \cdot 2\frac{2}{5}$;

г) $1\frac{1}{8} : \frac{3}{4}$; д) $8 : 1\frac{7}{9}$; е) $3\frac{1}{2} : 1\frac{1}{6}$.

2. Вычислите:

а) $1\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{3} - 4\frac{4}{9} : 4$; б) $3\frac{2}{7} \cdot 1\frac{1}{3} + 3\frac{2}{7} \cdot 1\frac{2}{3}$.

3. Вычислите: $1\frac{1}{12} \cdot 1\frac{1}{13} \cdot 1\frac{1}{14} \cdot 1\frac{1}{15} \cdot 1\frac{1}{16} \cdot 1\frac{1}{17}$.

4*. Вычислите: $3\frac{3}{23} \cdot 4\frac{1}{6} + 2\frac{2}{23} \cdot 4\frac{1}{6} - 5\frac{5}{23} \cdot 3\frac{1}{6}$.

Вариант II

1. Вычислите:

а) $\frac{2}{3} \cdot 1\frac{2}{7}$; б) $3\frac{1}{8} \cdot 2$; в) $1\frac{1}{7} \cdot 1\frac{3}{4}$;

г) $\frac{5}{6} : 2\frac{2}{9}$; д) $3\frac{3}{5} : 9$; е) $7\frac{3}{5} : 1\frac{9}{10}$.

2. Вычислите:

а) $2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{5} - 2\frac{2}{15} : 2$; б) $4\frac{3}{7} \cdot 8\frac{4}{9} - 4\frac{3}{7} \cdot 6\frac{4}{9}$.

3. Вычислите: $1\frac{2}{9} \cdot 1\frac{2}{11} \cdot 1\frac{2}{13} \cdot 1\frac{2}{15} \cdot 1\frac{2}{17} \cdot 1\frac{2}{19}$.

4*. Вычислите: $3\frac{4}{27} \cdot 5\frac{1}{5} + 2\frac{3}{27} \cdot 5\frac{1}{5} - 5\frac{7}{27} \cdot 4\frac{1}{5}$.

Вариант III

1. Вычислите:

а) $\frac{2}{5} \cdot 1\frac{1}{4}$; б) $2\frac{1}{9} \cdot 4$; в) $2\frac{1}{7} \cdot 1\frac{2}{5}$;

г) $1\frac{9}{11} : \frac{4}{5}$; д) $17 : 1\frac{8}{9}$; е) $1\frac{1}{14} : 1\frac{2}{7}$.

2. Вычислите:

а) $2\frac{1}{3} \cdot 3\frac{1}{5} - 8\frac{4}{9} : 2$; б) $5\frac{2}{7} \cdot 1\frac{1}{4} + 5\frac{2}{7} \cdot 1\frac{3}{4}$.

3. Вычислите: $1\frac{1}{13} \cdot 1\frac{1}{14} \cdot 1\frac{1}{15} \cdot 1\frac{1}{16} \cdot 1\frac{1}{17} \cdot 1\frac{1}{18}$.

4*. Вычислите: $15\frac{23}{27} \cdot 17\frac{11}{16} - 11\frac{16}{27} \cdot 17\frac{11}{16} - 4\frac{7}{27} \cdot 16\frac{11}{16}$.

Вариант IV

1. Вычислите:

а) $\frac{3}{10} \cdot 2\frac{2}{9}$; б) $5\frac{1}{7} \cdot 2$; в) $1\frac{1}{9} \cdot 1\frac{4}{5}$;

г) $\frac{8}{7} : 2\frac{2}{7}$; д) $9\frac{3}{5} : 6$; е) $2\frac{2}{3} : 1\frac{7}{9}$.

2. Вычислите:

а) $3\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{5} - 4\frac{2}{11} : 2$; б) $3\frac{3}{7} \cdot 8\frac{5}{9} - 3\frac{3}{7} \cdot 6\frac{5}{9}$.

3. Вычислите: $1\frac{2}{11} \cdot 1\frac{2}{13} \cdot 1\frac{2}{15} \cdot 1\frac{2}{17} \cdot 1\frac{2}{19} \cdot 1\frac{2}{21}$.

4*. Вычислите: $14\frac{13}{23} \cdot 16\frac{11}{19} - 12\frac{2}{23} \cdot 16\frac{11}{19} - 2\frac{11}{23} \cdot 15\frac{11}{19}$.

Вариант I

1. Два пешехода вышли одновременно из двух пунктов навстречу друг другу и встретились через 12 мин. За сколько минут второй пешеход пройдёт расстояние между этими пунктами, если первый пешеход проходит его за 30 мин?
2. Моторная лодка проплывает некоторое расстояние по озеру за 40 мин, а такое же расстояние по течению реки она проплывёт за 30 мин. За сколько минут моторная лодка проплывёт такое же расстояние против течения реки?
3. Теплоход проплывает некоторое расстояние по течению реки за 10 ч, против течения за 14 ч. За сколько часов такое же расстояние проплывёт бревно?
- 4*. Расстояние между двумя пристанями на реке равно 37 км. Однажды от одной пристани к другой отправились одновременно катер со скоростью 25 км/ч и моторная лодка со скоростью 12 км/ч. Катер первым приплыл к другой пристани, развернулся и поплыл навстречу моторной лодке. На каком расстоянии от первой пристани произошла их встреча?

Вариант II

1. Два велосипедиста выехали одновременно из двух пунктов навстречу друг другу и встретились через 15 мин. За сколько минут второй велосипедист проедет расстояние между этими пунктами, если первый велосипедист проезжает его за 40 мин?
2. Моторная лодка проплывает некоторое расстояние по озеру за 40 мин, а такое же расстояние против течения реки она проплывёт за 60 мин. За сколько минут моторная лодка проплывёт такое же расстояние по течению реки?
3. Теплоход проплывает некоторое расстояние по течению реки за 8 ч, против течения за 12 ч. За сколько часов такое же расстояние проплывёт плот?
- 4*. Расстояние между двумя пристанями на реке равно 32 км. Однажды от одной пристани к другой отправились одновременно катер со скоростью 22 км/ч и моторная лодка со скоростью 10 км/ч. Катер первым приплыл к другой пристани, развернулся и поплыл навстречу моторной лодке. На каком расстоянии от первой пристани произошла их встреча?

Вариант III

1. Мотоциклист выехал из пункта *A*, одновременно с ним из пункта *B* выехал велосипедист. Через 12 мин они встретились, а ещё через 3 мин мотоциклист приехал в пункт *B*. За сколько минут велосипедист проезжает расстояние от *B* до *A*?
2. Моторная лодка проплывает некоторое расстояние по озеру за 40 мин, а такое же расстояние против течения реки она проплывёт за 50 мин. За сколько минут моторная лодка проплывёт такое же расстояние по течению реки?
3. Теплоход проплывает некоторое расстояние по течению реки за 20 дней, против течения за 28 дней. За сколько дней такое же расстояние проплывёт бревно?
- 4*. Расстояние между двумя пристанями на реке равно 21 км. Однажды от одной пристани к другой отправились одновременно катер со скоростью 26 км/ч и моторная лодка со скоростью 16 км/ч. Катер первым приплыл к другой пристани, развернулся и поплыл навстречу моторной лодке. На каком расстоянии от второй пристани произошла их встреча?

Вариант IV

1. Пешеход вышел из пункта *A*, одновременно с ним из пункта *B* выехал велосипедист. Через 15 мин они встретились, а ещё через 9 мин велосипедист приехал в пункт *A*. За сколько минут пешеход проходит расстояние от *A* до *B*?
2. Моторная лодка проплывает некоторое расстояние по озеру за 50 мин, а такое же расстояние по течению реки она проплывёт за 30 мин. За сколько минут моторная лодка проплывёт такое же расстояние против течения реки?
3. Теплоход проплывает некоторое расстояние по течению реки за 16 дней, против течения за 24 дня. За сколько дней такое же расстояние проплывёт плот?
- 4*. Расстояние между двумя пристанями на реке равно 17 км. Однажды от одной пристани к другой отправились одновременно катер со скоростью 23 км/ч и моторная лодка со скоростью 11 км/ч. Катер первым приплыл к другой пристани, развернулся и поплыл навстречу моторной лодке. На каком расстоянии от второй пристани произошла их встреча?

РАЗДЕЛ III

Контрольные работы

К-1 *Вариант I*

- Сравните:
а) 10 000 и 9999; б) 453 681 и 453 681;
в) 49 961 и 49 971.
- Вычислите:
а) $4293 + 1388$; б) $7524 - 2993$.
- Вычислите:
а) $49 \cdot 57 + 49 \cdot 43$; б) $87 \cdot 38 - 87 \cdot 28$; в) $4 \cdot 532 \cdot 25$.
- Первая покупка стоила 26 р., вторая — на 2 р. меньше, чем первая, а третья — в 3 раза больше, чем первые две покупки вместе. Сколько рублей заплатили за эти три покупки?
- Замените звёздочки цифрами так, чтобы вычисления столбиком были верными:

$$\begin{array}{r} *1067 \\ - *0*5 \\ \hline 1*9* \end{array}$$

К-1 *Вариант II*

- Сравните:
а) 8888 и 10 000; б) 279 056 и 279 056;
в) 35 720 и 35 721.
- Вычислите:
а) $3576 + 4983$; б) $9453 - 4096$.
- Вычислите:
а) $37 \cdot 86 + 37 \cdot 14$; б) $79 \cdot 54 - 79 \cdot 44$; в) $2 \cdot 387 \cdot 5$.
- За яблоки заплатили 35 р., за груши — на 2 р. меньше, чем за яблоки, а на другие фрукты потратили в 2 раза больше денег, чем на яблоки и груши вместе. Сколько денег потратили на все фрукты?
- Замените звёздочки цифрами так, чтобы вычисления столбиком были верными:

$$\begin{array}{r} *321* \\ - *8*4 \\ \hline 70*82 \end{array}$$

К-1 *Вариант III*

1. Сравните:
а) 20 000 и 19 999; б) 1 536 819 и 1 536 819;
в) 588 711 и 588 811.
2. Вычислите: а) $62\,932 + 18\,798$; б) $83\,521 - 78\,973$.
3. Вычислите:
а) $59 \cdot 320 + 59 \cdot 680$; б) $27 \cdot 698 - 27 \cdot 688$;
в) $8 \cdot 397 \cdot 125$.
4. В первый день туристы прошли 28 км, во второй — на 3 км меньше, чем в первый, а в третий день они проехали на поезде в 4 раза больше, чем за первые два дня прошли пешком. Сколько километров туристы преодолели за эти три дня?
5. Замените звёздочки цифрами так, чтобы вычисления столбиком были верными:

$$\begin{array}{r} *0081 \\ - *9*8 \\ \hline 9* \end{array}$$

К-1 *Вариант IV*

1. Сравните:
а) 18 888 и 20 000; б) 9 056 272 и 9 056 272;
в) 159 482 и 159 483.
2. Вычислите:
а) $48\,563 + 47\,982$; б) $84\,535 - 74\,696$.
3. Вычислите:
а) $71 \cdot 750 + 71 \cdot 250$; б) $84 \cdot 354 - 84 \cdot 344$;
в) $125 \cdot 387 \cdot 8$.
4. На тетради в клетку потратили 39 р., на тетради в линейку — на 5 р. меньше, а на учебники потратили в 3 раза больше денег, чем на все тетради, вместе взятые. Сколько денег потратили на тетради и учебники?
5. Замените звёздочки цифрами так, чтобы вычисления столбиком были верными:

$$\begin{array}{r} *0*47 \\ - *9*8 \\ \hline 5* \end{array}$$

- Вычислите:
а) $348 \cdot 607$; б) $62\,800 : 40$; в) $24\,004 : 34$.
- Выполните действия:
а) $72 + 468 : (83 \cdot 9 - 729)$; б) $20\,385 : (723 - 720)^3$.
- Найдите число x , для которого:
а) $x : 5 = 9$ (ост. 3); б) $64 : x = 6$ (ост. 4).
- а) Алёша посадил в 3 раза больше деревьев, чем Саша, а вместе они посадили 24 дерева. Сколько деревьев посадил каждый?
б) Маша знает в 4 раза больше английских слов, чем Даша. А Даша знает на 36 английских слов меньше, чем Маша. Сколько английских слов знает каждая девочка?
- Замените звёздочки цифрами так, чтобы вычисления столбиком были верными:

$$\begin{array}{r}
 \times 45^* \\
 *** \\
 \hline
 + \quad **3 \\
 ***4 \\
 \hline

 \end{array}$$

- Вычислите:
а) $521 \cdot 706$; б) $61\,600 : 40$; в) $15\,428 : 38$.
- Выполните действия:
а) $24 + 516 : (256 - 4 \cdot 61)$; б) $9252 : (638 - 632)^2$.
- Найдите число x , для которого:
а) $x : 6 = 8$ (ост. 1); б) $84 : x = 9$ (ост. 3).
- а) Коля надул в 4 раза больше шариков, чем Саша, а вместе они надули 20 шариков. Сколько шариков надул каждый?
б) Алёша решил в 3 раза больше задач, чем Боря. А Боря решил на 12 задач меньше, чем Алёша. Сколько задач решил каждый?
- Замените звёздочки цифрами так, чтобы вычисления столбиком были верными:

$$\begin{array}{r}
 \times 62^* \\
 2^{**} \\
 \hline
 + \quad **5 \\
 **** \\
 \hline

 \end{array}$$

К-2**Вариант III**

1. Вычислите:

а) $1483 \cdot 708$; б) $196\,080 : 430$; в) $29\,933 : 37$.

2. Выполните действия:

а) $48 + 10\,206 : (92 \cdot 8 - 610)$; б) $91\,072 : (876 - 872)^3$.3. Найдите число x , для которого:а) $x : 8 = 7$ (ост. 3); б) $77 : x = 12$ (ост. 5).

4. а) Мама отгадала в кроссворде в 4 раза больше слов, чем Даша, а вместе они отгадали 80 слов. Сколько слов отгадала каждая?

б) Коля знает в 3 раза больше немецких слов, чем Вася. А Вася знает на 48 немецких слов меньше, чем Коля. Сколько немецких слов знает каждый?

5. Замените звёздочки цифрами так, чтобы вычисления столбиком были верными. Найдите два решения:

$$\begin{array}{r}
 \times 54* \\
 \hline
 *** \\
 **2 \\
 + \\
 ***8 \\
 \hline

 \end{array}$$

К-2**Вариант IV**

1. Вычислите:

а) $1432 \cdot 807$; б) $165\,600 : 480$; в) $45\,942 : 57$.

2. Выполните действия:

а) $42 + 2508 : (429 - 5 \cdot 63)$; б) $5929 : (789 - 778)^2$.3. Найдите число x , для которого:а) $x : 8 = 9$ (ост. 3); б) $77 : x = 6$ (ост. 5).

4. а) Мама слепила в 5 раз больше вареников, чем Катя, а вместе они слепили 60 вареников. Сколько вареников слепила каждая?

б) Боря выучил в 3 раза больше стихотворений, чем Петя. А Петя выучил на 6 стихотворений меньше, чем Боря. Сколько стихотворений выучил каждый?

5. Замените звёздочки цифрами так, чтобы вычисления столбиком были верными. Найдите два решения:

$$\begin{array}{r}
 \times 55* \\
 \hline
 *** \\
 **4 \\
 + \\
 ***6 \\
 \hline

 \end{array}$$

К—3 *Вариант I*

1. На прямой отметили 6 точек. Сколько образовалось лучей с началом в этих точках?
2. Выразите:
 - а) в сантиметрах: 3 м 15 см; 15 м 3 см; 13 дм; 2300 мм;
 - б) в миллиметрах 4 м 31 см;
 - в) в дециметрах 4500 мм.
3. а) На координатном луче отметьте точки $O(0)$, $A(2)$, $B(4)$, $C(8)$.
б) Какую координату имеет точка D — середина отрезка AC ?
в) Какова длина отрезка AC ?
4. На координатном луче отметьте точки $O(0)$, $B(6)$ и точку C так, чтобы расстояние BC было равно 4. Сколько решений имеет задача?
5. Сумма двух чисел равна 357, а их разность равна 111. Найдите эти числа.

К—3 *Вариант II*

1. На прямой отметили 5 точек. Сколько образовалось лучей с началом в этих точках?
2. Выразите:
 - а) в сантиметрах: 4 м 12 см; 12 м 4 см; 14 дм; 3700 мм;
 - б) в миллиметрах 7 м 78 см;
 - в) в дециметрах 5100 мм.
3. а) На координатном луче отметьте точки $O(0)$, $A(4)$, $B(3)$, $C(9)$.
б) Какую координату имеет точка E — середина отрезка BC ?
в) Какова длина отрезка BC ?
4. На координатном луче отметьте точки $O(0)$, $B(7)$ и точку C так, чтобы расстояние BC было равно 3. Сколько решений имеет задача?
5. Сумма двух чисел равна 436, а их разность равна 122. Найдите эти числа.

К—3**Вариант III**

1. На прямой отметили 7 точек. Сколько образовалось лучей с началом в этих точках?
2. Выразите:
 - а) в сантиметрах: 5 м 65 см; 52 м 9 см; 45 дм;
 - б) в миллиметрах 13 м 13 см;
 - в) в дециметрах 87 000 мм;
 - г) в метрах 67 000 мм.
3. а) На координатном луче отметьте точки $O(0)$, $A(5)$, $B(9)$, $C(3)$.
б) Какую координату имеет точка D — середина отрезка BC ?
в) Определите длину наименьшего из отрезков AC , BC , CD .
4. На координатном луче отметьте точки $O(0)$, $B(5)$ и точку C так, чтобы расстояние BC было равно 3. Сколько решений имеет задача?
5. Сумма двух чисел равна 999, а их разность равна 123. Найдите эти числа.

К—3**Вариант IV**

1. На прямой отметили 8 точек. Сколько образовалось лучей с началом в этих точках?
2. Выразите:
 - а) в сантиметрах: 12 м 34 см; 15 м 6 см; 35 дм;
 - б) в миллиметрах 8 м 54 см;
 - в) в дециметрах 37 000 мм;
 - г) в метрах 73 000 мм.
3. а) На координатном луче отметьте точки $O(0)$, $A(2)$, $B(5)$, $C(10)$.
б) Какую координату имеет точка E — середина отрезка AC ?
в) Определите длину наибольшего из отрезков AC , BC , CE .
4. На координатном луче отметьте точки $O(0)$, $B(8)$ и точку C так, чтобы расстояние BC было равно 4. Сколько решений имеет задача?
5. Сумма двух чисел равна 888, а их разность равна 132. Найдите эти числа.

К-4**Вариант I**

1. Длина и ширина участка прямоугольной формы 24 м и 75 м. Вычислите площадь участка и выразите её в арах.
2. Площадь пола комнаты 15 м^2 , а её высота 4 м. Каков объём комнаты?
3. Выразите:
 - а) в квадратных дециметрах 12 м^2 ;
 - б) в квадратных метрах $200\,000 \text{ см}^2$;
 - в) в кубических сантиметрах 13 дм^3 ;
 - г) в кубических метрах $3\,000\,000 \text{ см}^3$.
4. Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу из двух сёл, расстояние между которыми 30 км. Скорость одного пешехода 6 км/ч, скорость другого 4 км/ч. Через сколько часов они встретятся?
5. Скорость лодки по течению реки 19 км/ч, а против течения 13 км/ч. Какова скорость течения реки?

К-4**Вариант II**

1. Длина и ширина участка прямоугольной формы 44 м и 25 м. Вычислите площадь участка и выразите её в арах.
2. Площадь пола комнаты 21 м^2 , а её высота 3 м. Каков объём комнаты?
3. Выразите:
 - а) в квадратных дециметрах 25 м^2 ;
 - б) в квадратных метрах $60\,000 \text{ см}^2$;
 - в) в кубических сантиметрах 14 дм^3 ;
 - г) в кубических метрах $4\,000\,000 \text{ см}^3$.
4. Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу из двух сёл, расстояние между которыми 27 км. Скорость одного пешехода 5 км/ч, скорость другого 4 км/ч. Через сколько часов они встретятся?
5. Скорость лодки по течению реки 17 км/ч, а против течения 11 км/ч. Какова скорость течения реки?

К-4**Вариант III**

1. Длина и ширина поля прямоугольной формы 800 м и 450 м. Вычислите площадь поля и выразите её в гектарах.
2. Площадь пола комнаты 28 м^2 , а её высота 4 м. Каков объём комнаты?

3. Выразите:

- а) в квадратных дециметрах 13 м^2 ;
- б) в квадратных метрах $70\,000 \text{ см}^2$;
- в) в кубических сантиметрах 24 дм^3 ;
- г) в кубических дециметрах $8\,000\,000 \text{ мм}^3$.

4. Велосипедист отправился догонять пешехода, когда расстояние между ними было 21 км . Скорость велосипедиста 12 км/ч , скорость пешехода 5 км/ч . Через сколько часов велосипедист догонит пешехода?
5. Скорость катера по течению реки 44 км/ч , а против течения 40 км/ч . Какова скорость катера в стоячей воде?

К-4 *Вариант IV*

1. Длина и ширина поля прямоугольной формы 400 м и 650 м . Вычислите площадь поля и выразите её в гектарах.
2. Площадь пола комнаты 32 м^2 , а её высота 4 м . Каков объём комнаты?
3. Выразите:
- а) в квадратных дециметрах 15 м^2 ;
 - б) в квадратных метрах $600\,000 \text{ см}^2$;
 - в) в кубических сантиметрах 23 дм^3 ;
 - г) в кубических дециметрах $9\,000\,000 \text{ мм}^3$.
4. Велосипедист отправился догонять пешехода, когда расстояние между ними было 24 км . Скорость велосипедиста 10 км/ч , скорость пешехода 6 км/ч . Через сколько часов велосипедист догонит пешехода?
5. Скорость катера по течению реки 45 км/ч , а против течения 39 км/ч . Какова скорость катера в стоячей воде?

К-5 *Вариант I*

1. а) Какие из чисел: 207 , 321 , 53 , 954 — делятся на 3 ?
- б) Какие из чисел: 120 , 348 , 554 , 255 — делятся на 5 ?
2. Разложите на простые множители число 750 .
3. Найдите: а) НОД (48 , 36); б) НОК (48 , 36).
4. Некто записал пятизначное число, делящееся на 9 . Переставил несколько цифр и получил новое число. Делится ли это новое число на 9 ? Почему?
5. Может ли число $2 \cdot a + 2 \cdot b$, где a и b — некоторые натуральные числа, быть простым? Почему?

6. Какую цифру можно поставить вместо звёздочки, чтобы число 35^* делилось на 2, но не делилось на 4? Рассмотрите все возможные случаи.

К-5 *Вариант II*

1. а) Какие из чисел: 702, 329, 89, 954 — делятся на 9?
б) Какие из чисел: 210, 438, 554, 255 — делятся на 2?
2. Разложите на простые множители число 720.
3. Найдите: а) НОД (42, 56); б) НОК (42, 56).
4. Некто записал шестизначное число, делящееся на 3. Переставил несколько цифр и получил новое число. Делится ли это новое число на 3? Почему?
5. Может ли число $3 \cdot a + 3 \cdot b$, где a и b — некоторые натуральные числа, быть простым? Почему?
6. Какую цифру можно поставить вместо звёздочки, чтобы число 45^* делилось на 3, но не делилось на 9? Рассмотрите все возможные случаи.

К-5 *Вариант III*

1. а) Какие из чисел: 501, 432, 83, 954 — делятся на 3?
б) Какие из чисел: 940, 438, 545, 209 — делятся на 5?
2. Разложите на простые множители число 999.
3. Найдите: а) НОД (68, 51); б) НОК (68, 51).
4. Некто записал девятизначное число, делящееся на 9. Переставил несколько цифр и получил новое число. Делится ли это новое число на 9? Почему?
5. Может ли число $2 \cdot a + 6 \cdot b$, где a и b — некоторые натуральные числа, быть простым? Почему?
6. Какую цифру можно поставить вместо звёздочки, чтобы число 834^* делилось на 2, но не делилось на 4? Рассмотрите все возможные случаи.

К-5 *Вариант IV*

1. а) Какие из чисел: 609, 333, 59, 549 — делятся на 9?
б) Какие из чисел: 720, 478, 115, 551 — делятся на 2?
2. Разложите на простые множители число 819.
3. Найдите: а) НОД (72, 60); б) НОК (72, 60).

4. Некто записал девятизначное число, делящееся на 3. Переставил несколько цифр и получил новое число. Делится ли это новое число на 3? Почему?
5. Может ли число $3 \cdot a + 6 \cdot b$, где a и b — некоторые натуральные числа, быть простым? Почему?
6. Какую цифру можно поставить вместо звёздочки, чтобы число $951*$ делилось на 3, но не делилось на 9? Рассмотрите все возможные случаи.

К—6 *Вариант I*

1. Сократите дробь: а) $\frac{35}{42}$; б) $\frac{36}{100}$; в) $\frac{111}{370}$.
2. Сравните дроби: а) $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{8}$; б) $\frac{1}{3}$ и $\frac{2}{7}$; в) $\frac{21}{22}$ и $\frac{22}{23}$.
3. Вычислите: а) $\frac{3}{11} + \frac{5}{11}$; б) $\frac{2}{3} - \frac{3}{5}$; в) $\frac{7}{16} + \frac{1}{2}$; г) $\frac{5}{12} - \frac{2}{15}$.
4. Посадили 56 семян, $\frac{7}{8}$ посаженных семян взошли. Сколько семян взошло?
5. Учитель проверил 20 тетрадей. Это составило $\frac{4}{5}$ всех тетрадей. Сколько тетрадей осталось проверить учителю?
6. Известно, что $\frac{2}{5}$ класса пошли в кино, $\frac{3}{7}$ — на выставку. Сколько учащихся в классе, если их меньше 40?

К—6 *Вариант II*

1. Сократите дробь: а) $\frac{15}{50}$; б) $\frac{42}{49}$; в) $\frac{102}{510}$.
2. Сравните дроби: а) $\frac{3}{5}$ и $\frac{2}{5}$; б) $\frac{5}{6}$ и $\frac{4}{5}$; в) $\frac{23}{24}$ и $\frac{22}{23}$.
3. Вычислите: а) $\frac{2}{13} + \frac{5}{13}$; б) $\frac{4}{5} - \frac{3}{4}$; в) $\frac{2}{15} + \frac{1}{3}$; г) $\frac{5}{16} - \frac{1}{24}$.
4. Учитель проверил $\frac{4}{7}$ из всех 28 тетрадей. Сколько тетрадей проверил учитель?

5. Из посаженных семян взошли 42, что составило $\frac{6}{7}$ посаженных семян. Сколько семян не взошло?
6. Известно, что $\frac{3}{4}$ класса пошли в кино, $\frac{2}{9}$ — на выставку. Сколько учащихся в классе, если их меньше 40?

К-6 *Вариант III*

1. Сократите дробь: а) $\frac{45}{81}$; б) $\frac{72}{96}$; в) $\frac{187}{510}$.
2. Сравните дроби: а) $\frac{8}{7}$ и $\frac{9}{7}$; б) $\frac{7}{9}$ и $\frac{5}{6}$; в) $\frac{39}{40}$ и $\frac{40}{41}$.
3. Вычислите: а) $\frac{11}{17} + \frac{3}{17}$; б) $\frac{7}{8} - \frac{3}{5}$; в) $\frac{10}{21} + \frac{3}{7}$; г) $\frac{7}{26} - \frac{1}{39}$.
4. Посадили 56 деревьев, $\frac{7}{8}$ посаженных деревьев прижились. Сколько деревьев не прижилось?
5. Учитель проверил 21 тетрадь, что составило $\frac{3}{7}$ всех тетрадей. Сколько тетрадей осталось проверить учителю?
6. Известно, что $\frac{3}{5}$ класса пошли в кино, $\frac{2}{3}$ — на выставку. Сколько учащихся в классе, если их больше 25, но меньше 35?

К-6 *Вариант IV*

1. Сократите дробь: а) $\frac{54}{45}$; б) $\frac{96}{108}$; в) $\frac{209}{950}$.
2. Сравните дроби: а) $\frac{16}{15}$ и $\frac{17}{15}$; б) $\frac{6}{7}$ и $\frac{7}{8}$; в) $\frac{48}{49}$ и $\frac{49}{50}$.
3. Вычислите: а) $\frac{5}{18} + \frac{5}{18}$; б) $\frac{6}{5} - \frac{5}{6}$; в) $\frac{7}{25} + \frac{4}{5}$; г) $\frac{11}{48} - \frac{11}{64}$.
4. Турист должен пройти 27 км. Он прошёл $\frac{2}{3}$ всего пути. Сколько километров ему осталось пройти?
5. Из посаженных деревьев прижилось 56, что составило $\frac{7}{8}$ посаженных деревьев. Сколько деревьев не прижилось?

6. Известно, что $\frac{1}{2}$ класса пошли в кино, $\frac{4}{7}$ — на выставку. Сколько учащихся в классе, если их больше 20, но меньше 30?

К-7 *Вариант I*

1. Вычислите: а) $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{9}$; б) $\frac{7}{9} : \frac{21}{25}$; в) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$.
2. Вычислите:
а) $\frac{5}{7} \cdot \left(\frac{21}{20} - \frac{7}{30}\right) + \frac{16}{21} : \frac{8}{7}$; б) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^3 : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2$.
3. Имеется 420 р. Израсходовали $\frac{1}{3}$ этой суммы, а потом $\frac{1}{4}$ остатка. Сколько рублей осталось?
4. На прошлой неделе Саша прочитал $\frac{3}{7}$ всей книги, а на этой неделе — половину оставшихся страниц да ещё 20 страниц и дочитал книгу до конца. Сколько страниц в книге?
5. Укажите наименьшую дробь со знаменателем 7, большую $\frac{1}{3}$, но меньшую $\frac{2}{3}$.

К-7 *Вариант II*

1. Вычислите: а) $\frac{4}{5} \cdot \frac{10}{11}$; б) $\frac{3}{7} : \frac{18}{19}$; в) $\left(\frac{3}{4}\right)^3$.
2. Вычислите:
а) $\frac{4}{45} : \left(\frac{12}{25} - \frac{4}{15}\right) + \frac{15}{16} \cdot \frac{4}{15}$; б) $\left(1 - \frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2$.
3. В книге 320 страниц. Прочитали $\frac{1}{4}$ всей книги, а потом $\frac{1}{2}$ остатка. Сколько страниц осталось ещё прочитать?
4. Токарь выполнил до обеда $\frac{5}{9}$ задания. После обеда он обточил половину оставшихся деталей да ещё 24 детали и выполнил всё задание. Сколько деталей токарь обточил за день?
5. Укажите наименьшую дробь со знаменателем 8, большую $\frac{1}{3}$, но меньшую $\frac{2}{3}$.

К-7 *Вариант III*

1. Вычислите: а) $\frac{7}{20} \cdot \frac{15}{17}$; б) $\frac{16}{15} : \frac{8}{25}$; в) $\left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^3$.
2. Вычислите:
а) $\frac{51}{25} : \left(\frac{8}{25} + \frac{9}{20}\right) - \frac{64}{35} \cdot \frac{5}{4}$; б) $\left(\frac{1}{13} + \frac{1}{14}\right)^2 : \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{14}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{27}\right)^3$.
3. На складе было 350 м ткани. Сначала израсходовали $\frac{2}{7}$ всей ткани, потом $\frac{2}{5}$ остатка. Сколько метров ткани осталось на складе?
4. До обеда магазин продал $\frac{7}{11}$ всех пирожных. После обеда он продал половину остатка и последние 10 пирожных. Сколько пирожных было продано за день?
5. Укажите все дроби со знаменателем 11, большие $\frac{1}{3}$, но меньшие $\frac{2}{3}$.

К-7 *Вариант IV*

1. Вычислите: а) $\frac{7}{8} \cdot \frac{9}{28}$; б) $\frac{18}{19} : \frac{27}{38}$; в) $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4$.
2. Вычислите:
а) $\frac{55}{48} : \left(\frac{11}{16} + \frac{3}{32}\right) - \frac{14}{15} \cdot \frac{5}{7}$; б) $\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{13}\right)^2 : \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{13}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^3$.
3. Студенту нужно решить 120 задач. Он решил $\frac{1}{4}$ всех задач и $\frac{2}{3}$ остатка. Сколько задач ему осталось решить?
4. До обеда магазин продал $\frac{5}{9}$ всех тортов. После обеда он продал половину остатка и последние 12 тортов. Сколько тортов продано за день?
5. Укажите все дроби со знаменателем 13, большие $\frac{1}{3}$, но меньшие $\frac{2}{3}$.

К-8 *Вариант I*

1. Вычислите: а) $1\frac{2}{5} + 3\frac{7}{15}$; б) $4\frac{3}{14} - 1\frac{2}{21}$; в) $3\frac{5}{6} + 2\frac{7}{15} - 1\frac{29}{30}$.

2. Вычислите: а) $4\frac{1}{6} \cdot 3\frac{3}{5}$; б) $1\frac{2}{13} : 1\frac{4}{11}$; в) $2\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{8} : 6\frac{2}{3}$.
3. Вычислите: $2 : 2\frac{2}{3} + 1\frac{4}{5} \cdot 3\frac{1}{3} - 2\frac{5}{6}$.
4. Первая труба может наполнить бассейн за 24 мин, а вторая — за 40 мин. За сколько минут наполнят бассейн обе эти трубы?
6. Одна бригада может выполнить задание за 40 дней, а другая — за 50 дней. Хватит ли им 22 дней для выполнения того же задания при совместной работе?

К-8 *Вариант II*

1. Вычислите: а) $1\frac{4}{9} + 2\frac{5}{18}$; б) $3\frac{5}{24} - 1\frac{7}{36}$; в) $2\frac{7}{30} + 3\frac{9}{20} - 4\frac{59}{60}$.
2. Вычислите: а) $3\frac{1}{5} \cdot 3\frac{1}{8}$; б) $1\frac{4}{11} : 1\frac{2}{13}$; в) $2\frac{3}{4} : 1\frac{3}{8} \cdot 3\frac{2}{7}$.
3. Вычислите: $3 : 3\frac{3}{4} + 2\frac{2}{5} \cdot 2\frac{1}{2} - 3\frac{5}{6}$.
4. Одна бригада может выполнить задание за 40 дней, а другая — за 60 дней. За сколько дней они выполнят задание при совместной работе?
5. Первая труба может наполнить бассейн за 25 мин, а вторая — за 15 мин. Наполнится ли бассейн за 10 мин, если открыть обе трубы?

К-8 *Вариант III*

1. Вычислите: а) $5\frac{5}{9} + 2\frac{1}{18}$; б) $5\frac{7}{24} - 3\frac{11}{36}$; в) $2\frac{9}{26} + 3\frac{7}{39} - 4\frac{7}{13}$.
2. Вычислите: а) $1\frac{1}{6} \cdot 3\frac{3}{7}$; б) $2\frac{4}{11} : 2\frac{11}{14}$; в) $4\frac{1}{5} : 2\frac{1}{10} \cdot 1\frac{5}{6}$.
3. Вычислите: $4 : 4\frac{4}{5} + 2\frac{2}{7} \cdot 5\frac{1}{4} - 7\frac{11}{12}$.
4. Одна бригада может выполнить задание за 12 дней, другая — за 21 день, а третья — за 28 дней. За сколько дней три бригады выполнят задание при совместной работе?

5. Первая труба может наполнить бассейн за 50 мин, а две трубы вместе наполнят бассейн за 20 мин. Можно ли через одну вторую трубу наполнить бассейн за 33 мин?

К-8 *Вариант IV*

1. Вычислите: а) $5\frac{7}{12} + 1\frac{1}{3}$; б) $6\frac{3}{50} - 3\frac{17}{75}$; в) $5\frac{6}{55} + 3\frac{9}{44} - 4\frac{7}{22}$.
2. Вычислите: а) $2\frac{1}{7} \cdot 2\frac{4}{5}$; б) $2\frac{1}{16} : 2\frac{5}{14}$; в) $3\frac{1}{6} : 2\frac{1}{9} \cdot 1\frac{5}{9}$.
3. Вычислите: $5 : \frac{5}{6} + 1\frac{2}{7} \cdot 5\frac{5}{6} - 4\frac{3}{4}$.
4. Первая труба может наполнить бассейн за 20 мин, вторая — за 24 мин, а третья — за 30 мин. За сколько минут наполнят бассейн три эти трубы вместе?
5. Первая бригада может выполнить задание за 40 дней. При совместной работе две бригады выполняют задание за 25 дней. Сможет ли вторая бригада, работая отдельно, выполнить то же задание за 67 дней?

К-9 (итоговая) *Вариант I*

1. Постройте угол 120° . Из вершины угла проведите луч так, чтобы один из образовавшихся углов был в 2 раза больше другого. Определите величины получившихся углов.
2. Вычислите: $\left(48 : 45 - \frac{1}{3}\right) \cdot 2\frac{3}{11} + \frac{3}{5}$.
3. Вася потратил $\frac{3}{5}$ имеющихся денег, и у него осталось 90 р. Сколько денег было у Васи первоначально?
4. Первая труба может наполнить бассейн за 45 мин, а вторая труба — за 30 мин. За сколько минут две трубы вместе наполнят бассейн?
5. Делится ли $39 \cdot 737 + 39 \cdot 281 - 39 \cdot 296$ на 13?

К-9 (итоговая) *Вариант II*

1. Постройте угол 100° . Из вершины угла проведите луч так, чтобы один из образовавшихся углов был в 3 раза больше другого. Определите величины получившихся углов.
2. Вычислите: $\left(30 : 27 - \frac{1}{3}\right) \cdot 2\frac{1}{7} + \frac{2}{5}$.

3. Петя прошёл $\frac{2}{5}$ длины дорожки, и ему осталось пройти 30 м. Какова длина дорожки?
4. Первая бригада построит дом за 54 дня, а вторая бригада — за 27 дней. За сколько дней две бригады построят дом при совместной работе?
5. Делится ли $38 \cdot 756 + 38 \cdot 239 - 38 \cdot 281$ на 19?

К—9 (итоговая) Вариант III

1. Постройте угол 120° . Из вершины угла проведите луч так, чтобы один из образовавшихся углов был на 30° больше другого. Определите величины получившихся углов.
2. Вычислите: $\left(40 : 72 - \frac{1}{3}\right) \cdot 2\frac{1}{4} + \frac{8}{9}$.
3. Петя потратил $\frac{4}{9}$ имеющихся денег, и у него осталось 180 р. Сколько денег он потратил?
4. Два пешехода вышли одновременно из двух пунктов навстречу друг другу и встретились через 20 мин. За сколько минут второй пешеход пройдёт расстояние между этими пунктами, если первый пешеход проходит это расстояние за 36 мин?
5. Делится ли $39 \cdot 737 + 39 \cdot 281 - 39 \cdot 296$ на 19?

К—9 (итоговая) Вариант IV

1. Постройте угол 100° . Из вершины угла проведите луч так, чтобы один из образовавшихся углов был на 20° меньше другого. Определите величины получившихся углов.
2. Вычислите: $\left(33 : 30 - \frac{4}{5}\right) \cdot 2\frac{2}{9} + \frac{2}{5}$.
3. Вася прошёл $\frac{3}{7}$ длины дорожки, и ему осталось пройти 84 м. Сколько метров он уже прошёл по дорожке?
4. Два велосипедиста выехали одновременно из двух пунктов навстречу друг другу и встретились через 18 мин. За сколько минут второй велосипедист проедет расстояние между этими пунктами, если первый велосипедист проезжает это расстояние за 30 мин?
5. Делится ли $38 \cdot 756 + 38 \cdot 239 - 38 \cdot 281$ на 17?

Ответы к контрольным работам

К—1

В—I. 1. а) $10\,000 > 9999$; б) $453\,681 = 453\,681$; в) $49\,961 < 49\,971$. 2. а) 5681; б) 4531. 3. а) 4900; б) 870; в) 53 200. 4. 200 р. 5. $11\,067 - 9075 = 1992$.

В—II. 1. а) $8888 < 10\,000$; б) $279\,056 = 279\,056$; в) $35\,720 < 35\,721$. 2. а) 8559; б) 5357. 3. а) 3700; б) 790; в) 3870. 4. 204 р. 5. $73\,216 - 2834 = 70\,382$.

В—III. 1. а) $20\,000 > 19\,999$; б) $1\,536\,819 = 1\,536\,819$; в) $588\,711 < 588\,811$. 2. а) 81 730; б) 4548. 3. а) 59 000; б) 270; в) 397 000. 4. 265 км. 5. $10\,081 - 9988 = 93$.

В—IV. 1. а) $18\,888 < 20\,000$; б) $9\,056\,272 = 9\,056\,272$; в) $159\,482 < 159\,483$. 2. а) 96 545; б) 9839. 3. а) 71 000; б) 840; в) 387 000. 4. 292 р. 5. $10\,047 - 9988 = 59$.

К—2

В—I. 1. а) 211 236; б) 1570; в) 706. 2. а) 98; б) 755. 3. а) 48; б) 10. 4. а) 18 и 6 деревьев; б) 48 и 12 слов. 5. $453 \cdot 801 = 362\,853$.

В—II. 1. а) 367 826; б) 1540; в) 406. 2. а) 67; б) 257. 3. а) 49; б) 9. 4. а) 16 и 4 шарика; б) 18 и 6 задач. 5. $625 \cdot 201 = 125\,625$.

В—III. 1. а) 1 049 964; б) 456; в) 809. 2. а) 129; б) 1423. 3. а) 59; б) 6. 4. а) 64 и 16 слов; б) 72 и 24 слова. 5. $542 \cdot 401 = 217\,342$ и $542 \cdot 901 = 488\,342$.

В—IV. 1. а) 1 155 624; б) 345; в) 806. 2. а) 64; б) 49. 3. а) 75; б) 12. 4. а) 50 и 10 вареников; б) 9 и 3 стихотворения. 5. $554 \cdot 401 = 222\,154$ и $554 \cdot 901 = 499\,154$.

К—3

В—I. 1. 12. 2. а) 315 см; 1503 см; 130 см; 230 см; б) 4310 мм; в) 45 дм. 3. б) $D(5)$; в) $AC = 6$. 4. Два решения: $C(2)$ или $C(10)$. 5. 234 и 123.

В—II. 1. 10. 2. а) 412 см; 1204 см; 140 см; 370 см; б) 7780 мм; в) 51 дм. 3. б) $E(6)$; в) $BC = 6$. 4. Два решения: $C(4)$ или $C(10)$. 5. 279 и 157.

В—III. 1. 14. 2. а) 565 см; 5209 см; 450 см; б) 13 130 мм; в) 870 дм; г) 67 м. 3. б) $D(6)$; в) $AC=2$. 4. Два решения: $C(2)$ или $C(8)$. 5. 561 и 438.

В—IV. 1. 16. 2. а) 1234 см; 1506 см; 350 см; б) 8540 мм; в) 370 дм; г) 73 м. 3. б) $E(6)$; в) $AC=8$. 4. Два решения: $C(4)$ или $C(12)$. 5. 510 и 378.

К—4

В—I. 1. 18 а. 2. 60 м³. 3. а) 1200 дм²; б) 20 м²; в) 13 000 см³; г) 3 м³. 4. Через 3 ч. 5. 3 км/ч.

В—II. 1. 11 а. 2. 63 м³. 3. а) 2500 дм²; б) 6 м²; в) 14 000 см³; г) 4 м³. 4. Через 3 ч. 5. 3 км/ч.

В—III. 1. 36 га. 2. 112 м³. 3. а) 1300 дм²; б) 7 м²; в) 24 000 см³; г) 8 дм³. 4. Через 3 ч. 5. 42 км/ч.

В—IV. 1. 26 га. 2. 128 м³. 3. а) 1500 дм²; б) 60 м²; в) 23 000 см³; г) 9 дм³. 4. Через 6 ч. 5. 42 км/ч.

К—5

В—I. 1. а) 207, 321, 954; б) 120, 255. 2. $750=2 \cdot 3 \cdot 5^3$. 3. а) 12; б) 144. 4. Делится, так как сумма цифр числа не изменилась. 5. Нет, так как это число делится на 1, на 2, на $(2a+2b)$ и $2a+2b \neq 1$, $2a+2b \neq 2$, т. е. имеет более двух делителей. 6. 0, 4, 8.

В—II. 1. а) 702, 954; б) 210, 438, 554. 2. $720=2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$. 3. а) 14; б) 168. 4. Делится, так как сумма цифр числа не изменилась. 5. Нет, так как это число делится на 1, на 3, на $(3a+3b)$ и $3a+3b \neq 1$, $3a+3b \neq 3$, т. е. имеет более двух делителей. 6. 3, 6.

В—III. 1. а) 501, 432, 954; б) 940, 545. 2. $999=3^3 \cdot 37$. 3. а) 17; б) 204. 4. Делится, так как сумма цифр числа не изменилась. 5. Нет, так как это число делится на 1, на 2, на $(2a+6b)$ и $2a+6b \neq 1$, $2a+6b \neq 2$, т. е. имеет более двух делителей. 6. 2, 6.

В—IV. 1. а) 333, 549; б) 720, 478. 2. $819=3^2 \cdot 7 \cdot 13$. 3. а) 12; б) 360. 4. Делится, так как сумма цифр числа не изменилась. 5. Нет, так как это число делится на 1, на 3, на $(3a+6b)$ и $3a+6b \neq 1$, $3a+6b \neq 3$, т. е. имеет более двух делителей. 6. 0, 6, 9.

К—6

В—I. 1. а) $\frac{5}{6}$; б) $\frac{9}{25}$; в) $\frac{3}{10}$. 2. а) $\frac{3}{8} < \frac{5}{8}$; б) $\frac{1}{3} > \frac{2}{7}$; в) $\frac{21}{22} < \frac{22}{23}$.
3. а) $\frac{8}{11}$; б) $\frac{1}{15}$; в) $\frac{15}{16}$; г) $\frac{17}{60}$. 4. 49 семян. 5. 5 тетрадей.
6. 35 учащихся.

В—II. 1. а) $\frac{3}{10}$; б) $\frac{6}{7}$; в) $\frac{1}{5}$. 2. а) $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$; б) $\frac{5}{6} > \frac{4}{5}$; в) $\frac{23}{24} > \frac{22}{23}$.
3. а) $\frac{7}{13}$; б) $\frac{1}{20}$; в) $\frac{7}{15}$; г) $\frac{13}{48}$. 4. 16 тетрадей. 5. 7 семян.
6. 36 учащихся.

В—III. 1. а) $\frac{5}{9}$; б) $\frac{3}{4}$; в) $\frac{11}{30}$. 2. а) $\frac{8}{7} < \frac{9}{7}$; б) $\frac{7}{9} < \frac{5}{6}$; в) $\frac{39}{40} < \frac{40}{41}$.
3. а) $\frac{14}{17}$; б) $\frac{11}{40}$; в) $\frac{19}{21}$; г) $\frac{19}{78}$. 4. 7 деревьев. 5. 28 тетрадей.
6. 30 учащихся.

В—IV. 1. а) $\frac{6}{5}$; б) $\frac{8}{9}$; в) $\frac{11}{50}$. 2. а) $\frac{16}{15} < \frac{17}{15}$; б) $\frac{6}{7} < \frac{7}{8}$; в) $\frac{48}{49} < \frac{49}{50}$.
3. а) $\frac{5}{9}$; б) $\frac{11}{30}$; в) $\frac{27}{25}$; г) $\frac{11}{192}$. 4. 9 км. 5. 8 деревьев. 6. 28 учащихся.

К—7

В—I. 1. а) $\frac{4}{15}$; б) $\frac{25}{27}$; в) $\frac{9}{16}$. 2. а) $\frac{5}{4}$; б) $\frac{3}{2}$. 3. 210 р. 4. 70 страниц. 5. $\frac{3}{7}$.

В—II. 1. а) $\frac{8}{11}$; б) $\frac{19}{42}$; в) $\frac{27}{64}$. 2. а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{1}{2}$. 3. 120 страниц.
4. 108 деталей. 5. $\frac{3}{8}$.

В—III. 1. а) $\frac{21}{68}$; б) $\frac{10}{3}$; в) 1. 2. а) $\frac{4}{11}$; б) $\frac{1}{27}$. 3. 150 м.
4. 55 пирожных. 5. $\frac{4}{11}, \frac{5}{11}, \frac{6}{11}, \frac{7}{11}$.

В—IV. 1. а) $\frac{9}{32}$; б) $\frac{4}{3}$; в) 1. 2. а) $\frac{4}{5}$; б) $\frac{5}{8}$. 3. 30 задач.
4. 54 торта. 5. $\frac{5}{13}, \frac{6}{13}, \frac{7}{13}, \frac{8}{13}$.

К—8

В—I. 1. а) $4\frac{13}{15}$; б) $3\frac{5}{42}$; в) $4\frac{1}{3}$. 2. а) 15; б) $\frac{11}{13}$; в) $\frac{9}{20}$. 3. $3\frac{11}{12}$.

4. За 15 мин. 5. Нет.

В—II. 1. а) $3\frac{13}{18}$; б) $2\frac{1}{72}$; в) $\frac{7}{10}$. 2. а) 10; б) $1\frac{2}{11}$; в) $6\frac{4}{7}$. 3. $2\frac{29}{30}$.

4. За 24 дня. 5. Да.

В—III. 1. а) $7\frac{11}{18}$; б) $1\frac{71}{72}$; в) $\frac{77}{78}$. 2. а) 4; б) $\frac{28}{33}$; в) $3\frac{2}{3}$. 3. $4\frac{11}{12}$.

4. За 6 дней. 5. Нет.

В—IV. 1. а) $6\frac{11}{12}$; б) $2\frac{5}{6}$; в) $3\frac{219}{220}$. 2. а) 6; б) $\frac{7}{8}$; в) $2\frac{1}{3}$. 3. $8\frac{3}{4}$.

4. За 8 мин. 5. Да.

К—9 (итоговая)

В—I. 1. 40° и 80° . 2. $2\frac{4}{15}$. 3. 225 р. 4. За 18 мин. 5. Да.

В—II. 1. 25° и 75° . 2. $2\frac{1}{15}$. 3. 50 м. 4. За 18 дней. 5. Да.

В—III. 1. 45° и 75° . 2. $1\frac{7}{18}$. 3. 144 р. 4. За 45 мин. 5. Да.

В—IV. 1. 40° и 60° . 2. $1\frac{1}{15}$. 3. 63 м. 4. За 45 мин. 5. Да.

Содержание

Предисловие.....	3
Раздел I. Материалы для подготовки к самостоятельным работам	4
1. Запись и сравнение натуральных чисел	—
2. Сложение, вычитание и умножение натуральных чисел	5
3. Возведение в степень и деление натуральных чисел	7
4. Задачи «на части»	9
5. Вычисления с натуральными числами	10
6. Задачи на нахождение двух чисел по их сумме и разности	12
7. Прямая, луч, отрезок	13
8. Углы, треугольники, многоугольники	14
9. Периметр и площадь прямоугольника. Объём прямоугольного параллелепипеда	15
10. Задачи на движение по реке	17
11. Задачи на движение	18
12. Делимость чисел	19
13. Понятие дроби	21
14. Основное свойство дроби	22
15. Сравнение обыкновенных дробей	23
16. Сложение и вычитание обыкновенных дробей	24
17. Умножение и деление обыкновенных дробей	25
18. Задачи на дроби	26
19*. Сложные задачи на дроби	28
20. Задачи на совместную работу	29
21. Смешанные дроби	31
22. Сложение и вычитание смешанных дробей	32
23. Умножение и деление смешанных дробей	33
24*. Сложные задачи на движение	34
Раздел II. Самостоятельные работы	37
Раздел III. Контрольные работы	76
Ответы к контрольным работам	92